Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχ. Υπολογιστών
Προγραμματισμός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, 1^{ο} εξάμηνο
https://courses.softlab.ntua.gr/progintro/
***Ε. Ζάχος*, Ν. Παπασπύρου, Δ. Φωτάκης, Π. Ποτίκας, Δ. Σούλιου, Κ. Τζαμαλούκας**

3η Σειρά Ασκήσεων

Άσκηση 3.

Κάνετε τις κατάλληλες τροποποιήσεις και διορθώσεις στο προηγούμενο πρόγραμμα (2η σειρά, άσκηση 2) και γράψτε ένα πρόγραμμα το οποίο θα κάνει όλες τις αριθμητικές πράξεις με κλάσματα (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση). Το πρόγραμμα αυτό θα πρέπει να:

- Διαβάζει από την πρώτη γραμμή της εισόδου το πλήθος **N** των πράξεων που πρέπει να γίνουν.
- Διαβάζει από κάθε μία από τις επόμενες **N** γραμμές τα δεδομένα για την εκτέλεση μίας πράξης, δηλαδή:
  - το σύμβολο της πράξης (έναν χαρακτήρα από τους `+`, `-`, `*`, `/`)
  - τον αριθμητή και τον παρονομαστή του πρώτου κλάσματος
  - τον αριθμητή και τον παρονομαστή του δεύτερου κλάσματος
- Ελέγχει τα δεδομένα που εισάγονται ώστε να εξασφαλίζεται η **εγκυρότητά** τους, δηλαδή:
  - οι παρονομαστές των κλασμάτων δεν πρέπει να είναι μηδενικοί
  - στη διαίρεση, ο αριθμητής του δεύτερου κλάσματος δεν πρέπει να είναι μηδενικός
  - αν τα παραπάνω δεν ισχύουν, τυπώνει τη λέξη "error" αντί αποτελέσματος της πράξης
- Τυπώνει με τη σειρά το αποτέλεσμα κάθε μίας από τις **N** πράξεις, ένα σε κάθε γραμμή της εξόδου. Το αποτέλεσμα κάθε πράξης πρέπει να εμφανίζεται σε μορφή **μεικτού αριθμού με απλοποιημένο κλάσμα**. Αν το ακέραιο μέρος είναι 0 θα πρέπει να γράφεται. Οι τρεις αριθμοί (το ακέραιο μέρος, ο αριθμητής και ο παρονομαστής) πρέπει να χωρίζονται μεταξύ τους με ένα κενό διάστημα. Δείτε προσεκτικά όλα τα παραδείγματα που ακολουθούν.

Το πρόγραμμά σας δε χρειάζεται να διαβάζει πρώτα όλες τις γραμμές της εισόδου και στη συνέχεια να εκτυπώνει όλα τα αποτελέσματα μαζί. Μπορεί να εκτυπώνει το αποτέλεσμα κάθε πράξης αμέσως μόλις τη διαβάσει. Για να κάνετε την απλοποίηση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον αλγόριθμο του Ευκλείδη για την εύρεση του μέγιστου κοινού διαιρέτη μεταξύ του αριθμητή και του παρονομαστή του αποτελέσματος. Θα πρέπει επίσης να βρείτε το ακέραιο μέρος του κλάσματος για να εμφανίσετε το μεικτό αριθμό. Μην εμφανίσετε το αποτέλεσμα σε δεκαδική μορφή!

Παράδειγμα εισόδου:

`5`	— θα γίνουν συνολικά 5 πράξεις
`+ 1 3 1 4`	— πρόσθεσε 1/3 και 1/4
`* 2 3 12 7`	— πολλαπλασίασε 2/3 επί 12/7
`/ 3 8 -2 11`	— διαίρεσε 3/8 δια –2/11
`- 1 3 4 6`	— αφαίρεσε από το 1/3 το 4/6
`- 2 3 4 6`	— αφαίρεσε από το 2/3 το 4/6

Παράδειγμα εξόδου:

`0 7 12`	— 1/3 + 1/4 = 7/12	
`1 1 7`	— 2/3 × 12/7 = 8/7 = 1 και 1/7	
`-2 1 16`	— 3/8 ÷ (–2/11) = –33/16 = –2 και 1/16	
`-0 1 3`	— 1/3 – 4/6 = –1/3	— *προσέξτε το πρόσημο στο* 0!
`0 0 1`	— 2/3 – 4/6 = 0	— *προσέξτε το συμβολισμό του* 0!

Προετοιμάστε το πρόγραμμά σας στο σπίτι. Στην ώρα του εργαστηρίου, πληκτρολογήστε το και υποβάλετέ το στο grader.softlab.ntua.gr.

► Να υποβληθεί στο αυτόματο σύστημα υποβολής και ελέγχου μέχρι την Παρασκευή 13/11/2020

Άσκηση Μ. Conflict-Free συμβολοσειρές και πίνακες

Motivation: Ένα πρόβλημα το οποίο συναντάται συχνά στα δίκτυα τηλεπικοινωνιών είναι ότι σε μία δεδομένη περιοχή λειτουργούν πολλές κεραίες, πολλές από τις οποίες εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα κι έτσι δημιουργούν παρεμβολές η μία στην άλλη. Συχνά το ζητούμενο είναι σε όποιο σημείο του χώρου και αν τοποθετηθεί ένας δέκτης να «βλέπει» τουλάχιστον μία κεραία χωρίς παρεμβολές από καμία άλλη, να υπάρχει δηλαδή σε κάθε υποπεριοχή του χώρου μία κεραία η οποία κατέχει αποκλειστικά τη συχνότητα την οποία χρησιμοποιεί. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μοντελοποιηθεί με την έννοια των conflict-free συμβολοσειρών και πινάκων όπου με διαφορετικά σύμβολα αναπαριστούμε διαφορετικές συχνότητες. Συνήθως ο στόχος μας είναι να επιτύχουμε τις παραπάνω προδιαγραφές χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερες συχνότητες, δηλαδή να κατασκευάσουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες conflict-free συμβολοσειρές χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερα σύμβολα.

Ορισμοί: Ως συμβολοσειρά (string) ορίζουμε μία ακολουθία συμβόλων. Ως υποσυμβολοσειρά (substring) ορίζουμε μία ακολουθία διαδοχικών συμβόλων η οποία περιέχεται σε μία άλλη συμβολοσειρά. Για παράδειγμα μία συμβολοσειρά που σχηματίζεται από τα σύμβολα a,b,c είναι η aabcbbacc και μία υποσυμβολοσειρά της η abcbb. Θεωρούμε πως κάθε συμβολοσειρά είναι υποσυμβολοσειρά του εαυτού της.

Ως πίνακα συμβόλων ορίζουμε έναν πίνακα που σε κάθε θέση του περιέχεται ένα σύμβολο. Υποπίνακας συμβόλων είναι ένας πίνακας συμβόλων που περιέχεται εξ ολοκλήρου σε έναν άλλο πίνακα.

Conflict-free συμβολοσειρά είναι μία συμβολοσειρά τέτοια ώστε κάθε υποσυμβολοσειρά της έχει ένα μοναδικό σύμβολο, δηλαδή ένα σύμβολο το οποίο εμφανίζεται μόνο μία φορά. Ως βέλτιστη conflict-free συμβολοσειρά δεδομένου μήκους ορίζουμε την conflict-free συμβολοσειρά αυτού του μήκους η οποία χρησιμοποιεί το μικρότερο πλήθος διαφορετικών συμβόλων. Π.χ. η συμβολοσειρά abacde είναι conflict-free μήκους 6, αλλά δεν είναι βέλτιστη γιατί η abcbab είναι επίσης conflict-free και χρησιμοποιεί λιγότερα σύμβολα.

Conflict-Free συμβολοσειρές:

- **i.** Να βρεθεί η βέλτιστη conflict-free συμβολοσειρά μήκους 20 χαρακτήρων.
- **ii.** Να υπολογιστεί η μέγιστη conflict-free συμβολοσειρά που μπορεί να σχηματιστεί με 6 σύμβολα.
- **iii.** Να υπολογιστεί η μέγιστη conflict-free συμβολοσειρά που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι η μέγιστη.

Conflict-Free πίνακες:

- **iv.** *Row-column conflict-free πίνακας* είναι ένας πίνακας συμβόλων που κάθε γραμμή και κάθε στήλη του είναι μια conflict-free συμβολοσειρά. Να δοθεί ο βέλτιστος row-column conflict-free πίνακας διαστάσεων 20x20.
- **v.** Να υπολογιστεί το μέγιστο μέγεθος row-column conflict-free πίνακα που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι το μέγιστο.
- **vi.** *Rectangle conflict-free πίνακας* είναι ένας πίνακας συμβόλων τέτοιος ώστε κάθε υποπίνακάς του περιέχει ένα μοναδικό σύμβολο. Να δοθεί ο βέλτιστος rectangle conflict-free πίνακας διαστάσεων 20x20.
- **vii.** Να υπολογιστεί το μέγιστο μέγεθος rectangle conflict-free πίνακα που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι το μέγιστο.

Υποδείξεις:

1. Αφού κάθε συμβολοσειρά είναι υποσυμβολοσειρά του εαυτού της, κάθε conflict-free συμβολοσειρά περιέχει ένα μοναδικό στοιχείο. Κάθε υποσυμβολοσειρά της αρχικής η οποία περιέχει αυτό το στοιχείο περιέχει εξ ορισμού ένα μοναδικό στοιχείο.
2. Ο πιο απλός τρόπος να δημιουργηθεί μία conflict-free συμβολοσειρά μήκους n είναι χρησιμοποιώντας n διαφορετικά σύμβολα, το ένα μετά το άλλο. Η βέλτιστη λύση την οποία ψάχνουμε είναι εκθετικά καλύτερη από αυτή.

► Να παραδοθεί στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας μέχρι την Παρασκευή 20/11/2020