

3η Σειρά Ασκήσεων

Άσκηση 3.

Κάντε τις κατάλληλες τροποποιήσεις και διορθώσεις στο προηγούμενο πρόγραμμα (2η σειρά, άσκηση 2) και γράψτε ένα πρόγραμμα σε Pascal το οποίο θα κάνει όλες τις αριθμητικές πράξεις με κλάσματα (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό, διαίρεση). Το πρόγραμμα αυτό θα πρέπει να:

- Προτρέπει το χρήστη να εισαγάγει τούς αριθμητές και τούς παρονομαστές των κλασμάτων (**οι οποίοι πρέπει να είναι ένα ψηφίο χωρίς πρόσημο**).
- Προτρέπει το χρήστη να εισαγάγει το σύμβολο της πράξης. Σε αυτό το σημείο ο χρήστης εισάγει ένα χαρακτήρα (**έναν από τους '+', '-', '*', '/'**).
- Ελέγχει τα δεδομένα που εισάγονται ώστε να εξασφαλίζεται η εγκυρότητά τους, π.χ. να μην γίνεται πράξη σε περίπτωση που κάποιος παρονομαστής είναι μηδέν, σε περίπτωση που κάποιος αριθμός δεν είναι **μονοψηφίος χωρίς πρόσημο**, ή σε περίπτωση που το σύμβολο που έδωσε ο χρήστης δεν αντιστοιχεί σε κάποια πράξη, αλλά να εμφανίζεται ένα μήνυμα προς τον χρήστη που τον ειδοποιεί ότι τα δεδομένα του δεν είναι αποδεκτά. Επίσης να μην γίνεται διαίρεση όταν ο αριθμητής του δευτέρου κλάσματος είναι μηδέν.
- Εμφανίζει όλη την πράξη στην οθόνη, σε τρεις γραμμές (δες παράδειγμα). Το αποτέλεσμα της πράξης να εμφανίζεται σε κλασματική μορφή και σε μορφή μεικτού αριθμού, με απλοποιημένο κλάσμα. Φροντίστε οι αριθμοί να στοιχίζονται σωστά στην έξοδο, ώστε η πράξη να είναι αναγνώσιμη.
- Ρωτάει τον χρήστη κάθε φορά αν θέλει να επαναλάβει τη διαδικασία (ο χρήστης εισάγει ένα χαρακτήρα) και να σταματάει μόνο αν ο χρήστης εισάγει το χαρακτήρα 'n'.

Για να κάνετε την απλοποίηση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον αλγόριθμο του Ευκλείδη για την εύρεση του μέγιστου κοινού διαιρέτη μεταξύ του αριθμητή και του παρονομαστή του αποτελέσματος. Θα πρέπει επίσης να βρείτε το ακέραιο μέρος του κλάσματος για να εμφανίσετε το μεικτό αριθμό. Μην εμφανίσετε το αποτέλεσμα σε δεκαδική μορφή.

Παράδειγμα: για να γίνει η πράξη $2 / 3 * 7 / 4$, θα πρέπει να εμφανίζονται τα εξής στην οθόνη: (τα δεδομένα που εισάγει ο χρήστης εμφανίζονται με έντονα στοιχεία στο παράδειγμα)

| | | | |
|---|---|----------|------------|
| Δώστε τον αριθμητή του πρώτου κλάσματος | : | 2 | |
| Δώστε παρονομαστή του πρώτου κλάσματος | : | 3 | |
| Δώστε τον αριθμητή του δεύτερου κλάσματος | : | 7 | |
| Δώστε παρονομαστή του δεύτερου κλάσματος | : | 4 | |
| Δώστε το σύμβολο της αριθμητικής πράξης | : | * | |
| | | | |
| 2 | 7 | 14 | 1 |
| - | * | - | = -- = 1 - |
| 3 | 4 | 12 | 6 |

Προετοιμάστε το πρόγραμμά σας στο σπίτι. Στην ώρα του εργαστηρίου θα το πληκτρολογήσετε και θα το παρουσιάσετε στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας. Ελέγξτε αν το πρόγραμμά σας λειτουργεί σωστά σε κάθε περίπτωση, δοκιμάζοντας διάφορα δεδομένα εισόδου.

Να επιδειχθεί στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 20/10/08 – 24/10/08

Άσκηση K. Conflict-Free συμβολοσειρές και πίνακες

Motivation: Ένα πρόβλημα το οποίο συναντάται συχνά στα δίκτυα τηλεπικοινωνιών είναι ότι σε μία δεδομένη περιοχή λειτουργούν πολλές κεραιές, πολλές από τις οποίες εκπέμπουν στην ίδια συχνότητα κι έτσι δημιουργούν παρεμβολές η μία στην άλλη. Συχνά το ζητούμενο είναι σε όποιο σημείο του χώρου και αν τοποθετηθεί ένας δέκτης να «βλέπει» τουλάχιστον μία κεραιά χωρίς παρεμβολές από καμία άλλη, να υπάρχει δηλαδή σε κάθε υποπεριοχή του χώρου μία κεραιά η οποία κατέχει αποκλειστικά τη συχνότητα την οποία χρησιμοποιεί. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να μοντελοποιηθεί με την έννοια των conflict-free συμβολοσειρών και πινάκων όπου με διαφορετικά σύμβολα αναπαριστούμε διαφορετικές συχνότητες. Συνήθως ο στόχος μας είναι να επιτύχουμε τις παραπάνω προδιαγραφές χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερες συχνότητες, δηλαδή να κατασκευάσουμε όσο το δυνατόν μεγαλύτερες conflict-free συμβολοσειρές χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερα σύμβολα.

Ορισμοί: Ως συμβολοσειρά (string) ορίζουμε μία ακολουθία συμβόλων. Ως υποσυμβολοσειρά (substring) ορίζουμε μία ακολουθία διαδοχικών συμβόλων η οποία περιέχεται σε μία άλλη συμβολοσειρά. Για παράδειγμα μία συμβολοσειρά που σχηματίζεται από τα σύμβολα a,b,c είναι η aabcbacc, και μία υποσυμβολοσειρά της η abcb. Θεωρούμε πως κάθε συμβολοσειρά είναι μία υποσυμβολοσειρά του εαυτού της.

Ως πίνακα συμβόλων ορίζουμε έναν πίνακα που σε κάθε θέση του περιέχεται ένα σύμβολο. Υποπίνακας συμβόλων είναι ένας πίνακας συμβόλων που περιέχεται εξ ολοκλήρου σε έναν άλλο πίνακα.

Conflict-free συμβολοσειρά είναι μία συμβολοσειρά τέτοια ώστε κάθε υποσυμβολοσειρά της έχει ένα μοναδικό σύμβολο, δηλαδή ένα σύμβολο το οποίο εμφανίζεται μόνο μία φορά. Ως βέλτιστη conflict-free συμβολοσειρά δεδομένου μήκους ορίζουμε την conflict-free συμβολοσειρά αυτού του μήκους η οποία χρησιμοποιεί το μικρότερο πλήθος διαφορετικών συμβόλων. Π.χ. η συμβολοσειρά abacde είναι conflict-free μήκους 6, αλλά δεν είναι βέλτιστη γιατί η abcab είναι επίσης conflict-free και χρησιμοποιεί λιγότερα σύμβολα.

Conflict-Free συμβολοσειρές:

- i. Να βρεθεί η βέλτιστη conflict-free συμβολοσειρά μήκους 20 χαρακτήρων.
- ii. Να υπολογιστεί η μέγιστη conflict-free συμβολοσειρά που μπορεί να σχηματιστεί με 6 σύμβολα.
- iii. Να υπολογιστεί η μέγιστη conflict-free συμβολοσειρά που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι η μέγιστη.

Conflict-Free πίνακες:

- iv. *Row-column conflict-free πίνακας* είναι ένας πίνακας συμβόλων που κάθε γραμμή και κάθε στήλη του είναι μια conflict-free συμβολοσειρά. Να δοθεί ο βέλτιστος row-column conflict-free πίνακας διαστάσεων 20x20.
- v. Να υπολογιστεί το μέγιστο μέγεθος row-column conflict-free πίνακα που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι το μέγιστο.
- vi. *Rectangle conflict-free πίνακας* είναι ένας πίνακας συμβόλων τέτοιος ώστε κάθε υποπίνακάς του περιέχει ένα μοναδικό σύμβολο. Να δοθεί ο βέλτιστος rectangle conflict-free πίνακας διαστάσεων 20x20.
- vii. Να υπολογιστεί το μέγιστο μέγεθος rectangle conflict-free πίνακα που μπορεί να σχηματιστεί με n σύμβολα, δίνοντας απόδειξη ότι είναι το μέγιστο.

Υποδείξεις:

1. Αφού κάθε συμβολοσειρά είναι υποσυμβολοσειρά του εαυτού της, κάθε conflict-free συμβολοσειρά περιέχει ένα μοναδικό στοιχείο. Κάθε υποσυμβολοσειρά της αρχικής η οποία περιέχει αυτό το στοιχείο περιέχει εξ ορισμού ένα μοναδικό στοιχείο.
2. Ο πιο απλός τρόπος να δημιουργηθεί μία conflict-free συμβολοσειρά μήκους n είναι χρησιμοποιώντας n διαφορετικά σύμβολα, το ένα μετά το άλλο. Η βέλτιστη λύση την οποία ψάχνουμε είναι εκθετικά καλύτερη από αυτή.

Να παραδοθεί στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 3/11/08 – 7/11/08