Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχ. Υπολογιστών
Προγραμματισμός Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, 1ο εξαμήνο
http://courses.softlab.ntua.gr/progintro/
Ε. Ζάχος, Ν. Παπασπύρου, Α. Παγουρτζής

1η Σειρά Ασκήσεων

Α. Εξοικείωση με την χρήση της Βιβλιοθήκης ή του Διαδικτύου

Γράψτε λίγα λόγια (το πολύ πέντε γραμμές) για τον καθένα από τους: Leibniz, Euler, Gauss, Cantor, Gödel, Turing, Wirth, Specker. Απαγορεύεται να ρωτήσετε άλλους, δια ζώσης ή με e-mail.

Β. Παράταξη

Αθλητές παρατάσσονται σε Ν στήλες και Μ γραμμές. Από κάθε στήλη διαλέγουμε τον ψηλότερο και από αυτούς επιλέγουμε τον πιο κοντό, τον οποίο ονομάζουμε Α. Από κάθε γραμμή πάλι (στην αρχική παράταξη) διαλέγουμε τον κοντύτερο και από αυτούς τον πιο ψηλό, τον οποίο ονομάζουμε Β.
Ποια σχέση ύψους υπάρχει ανάμεσα στο Α και στο Β (Απόδειξη);

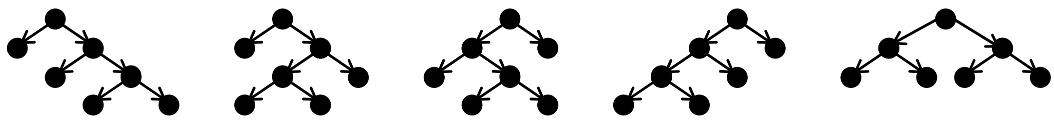
Γ. Διαγωνιοποίηση

Ορισμός: Ένα σύνολο λέγεται αριθμήσιμο εάν μπορούμε να το αντιστοιχίσουμε αμφιμονοσήμαντα με τους φυσικούς αριθμούς **N.**
Ισχυρισμός: Το σύνολο των συναρτήσεων **f:N→N** δεν είναι αριθμήσιμο.
Ιδέα της μεθόδου της διαγωνιοποίησης: Θεωρούμε ένα τετραγωνικό πίνακα με στοιχεία 0 ή 1. Ονομάζουμε d τη διαγώνιο και D ένα διάνυσμα του οποίου κάθε στοιχείο είναι $1-d_i$. Τότε το D είναι διαφορετικό από κάθε σειρά του πίνακα (γιατί;). Αυτή η ιδέα λειτουργεί και για πίνακες απείρου μεγέθους.
Απόδειξη του ισχυρισμού: Έστω ότι υπάρχει απαρίθμηση όλων των συναρτήσεων **f:N→N**:
f_0: $f_0(0)$, $f_0(1)$, $f_0(2)$, …
f_1: $f_1(0)$, $f_1(1)$, $f_1(2)$, …
f_2: $f_2(0)$, $f_2(1)$, $f_2(2)$, …
……………………….
Η συνάρτηση $g(n)=f_n(n)+1$ είναι διαφορετική από κάθε f_i (άτοπο).

Να δείξετε ότι ούτε το σύνολο των γνησίως αυξουσών συναρτήσεων **f:N→N** δεν είναι αριθμήσιμο.

Δ. Δυαδικά δέντρα.

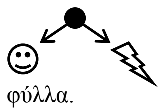
Ιδού όλα τα δυαδικά δέντρα (χωρίς εκφυλισμένους κόμβους) με 4 φύλλα:



Επαγωγικός ορισμός:

α)  είναι δυαδικό δέντρο

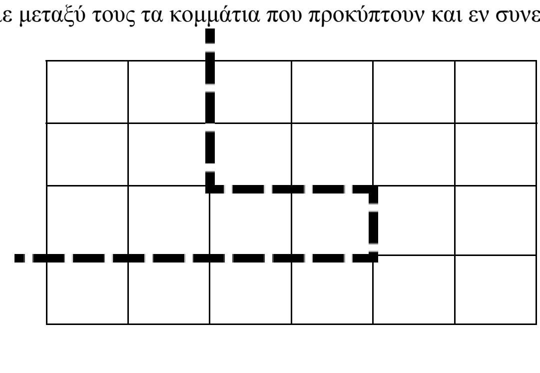
β) εάν  και  είναι δυαδικά δέντρα τότε είναι δυαδικό δέντρο και αυτό:



α) Ζωγραφίστε όλα τα δυαδικά δέντρα με 2, 3 και 5 φύλλα.
β) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα που έχουν 2 φύλλα αριστερά και 4 φύλλα δεξιά;
γ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα;
δ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με n φύλλα; (είναι αρκετό να εκφράσετε τον αριθμό a_n των δυαδικών δέντρων με n φύλλα με ένα τύπο που χρησιμοποιεί τους a_1 ... a_{n-1}. Αριθμοί CATALAN.)
ε) Προαιρετικά: Να εκφράσετε το a_n με κλειστό τύπο, δηλαδή χωρίς χρήση των a_1 ... a_{n-1}.

Ε. Το πρόβλημα της Ελβετικής Σοκολάτας.

Έχουμε μία πλάκα ελβετικής σοκολάτας διαστάσεων 4x6. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός φορών που πρέπει να κόψουμε τη σοκολάτα, ώστε να καταλήξουμε σε 24 μικρά κομματάκια διαστάσεων 1x1; (αποδείξτε τον ισχυρισμό σας!)
Οι τομές που κάνουμε στη σοκολάτα μπορούν να έχουν σχήμα οποιασδήποτε τεθλασμένης γραμμής η οποία ξεκινάει από ένα σημείο της περιμέτρου του κομματιού και καταλήγει σε κάποιο άλλο σημείο της περιμέτρου. Η γραμμή δεν μπορεί όμως να τέμνει τον εαυτό της. Κάθε φορά που κόβουμε, απομακρύνουμε μεταξύ τους τα κομμάτια που προκύπτουν και εν συνεχεία κόβουμε το καθένα ξεχωριστά.



ΣΤ. Αριθμητική με «ανάποδους» αριθμούς.

Ορίζουμε τον *ανάποδο* ενός αριθμού $\overline{xyzw}$ ως τον αριθμό $\overline{wzyx}$ που αποτελείται από τα ίδια ψηφία σε αντίστροφη σειρά.

α) Πόσους μη-τετριμμένους τετραψήφιους αριθμούς μπορείτε να βρείτε με την ιδιότητα να διαιρούνται ακριβώς από τον ανάποδό τους; Παραδείγματα τετριμμένων αριθμών: οι παλινδρομικοί (π.χ. ο 1991 προφανώς διαιρείται από τον ανάποδό του που είναι ο ίδιος ο 1991), όσοι αρχίζουν από ‘0’ (π.χ. ο 0237 δεν θεωρείται τετραψήφιος) και όσοι τελειώνουν σε ‘0’ (γιατί ο ανάποδός τους δεν είναι τετραψήφιος).

*β) Έστω ένας μη-τετριμμένος αριθμός $\overline{xyzw}$ που διαιρείται από τον ανάποδό του. Αποδείξτε ότι και ο $\overline{xy9zw}$ διαιρείται από τον ανάποδό του. Στη συνέχεια, αποδείξτε ότι όσα ‘9’ και αν προσθέσουμε στη μέση, ο $\overline{xy9\ldots9zw}$ διαιρείται από τον ανάποδό του. Αποδείξτε, τέλος, ότι οι μοναδικοί μη-τετριμμένοι αριθμοί που διαιρούνται από τον ανάποδό τους και έχουν τα δύο πρώτα ψηφία τους x, y και τα δύο τελευταία ψηφία τους z, w είναι της μορφής $\overline{xy9\ldots9zw}$, με 0 ή περισσότερα ‘9’ στη μέση.

*γ) Υπάρχουν άλλοι μη-τετριμμένοι αριθμοί με περισσότερα από 4 ψηφία που διαιρούνται από τον ανάποδό τους, εκτός από αυτούς που περιγράφονται στο β) ;

Τα παραπάνω (Α-ΣΤ) να παραδοθούν στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 12/11/2007 – 16/11/2007

1. Εξάσκηση στην χρήση του editor vi και του compiler της Pascal.

Χρησιμοποιήστε τον editor για να γράψετε (π.χ. *edit Hello.p*), μετά τον compiler για να μεταφράσετε (π.χ. *pascomp Hello.p*) και μετά να εκτελέσετε (π.χ. *run Hello.exec*) τα ακόλουθα προγράμματα:

1
```
program Hello1(output);
begin
   writeln('Hello, world')
end.
```

2
```
program Hello2(output);
begin
   writeln('Hello, ','world')
end.
```

3
```
program Hello3(output);
begin
   write('Hello, '); writeln('world')
end.
```

4
```
program Hello4(output);
begin
   write('Hello, world'); writeln
end.
```

5
```
program Hello5(output);

   procedure hello;
   begin
      writeln('Hello, world')
   end;

begin
   hello; hello; hello; hello
end.
```

6
```
program Hello6(output);
   var i : integer;

   procedure hello;
   begin
      writeln('Hello, world')
   end;

begin
   for i:=1 to 20 do hello
end.
```

7
```
program Hello7(output);
   const n = 20;
   var i : integer;

   procedure num_hello;
   begin
      writeln(i,' Hello, world')
   end;

begin
   for i:= 1 to n do num_hello
end.
```

8
```
program Hello8(input,output);
   var i,n : integer;

   procedure hello;
   begin
      writeln('Hello, world')
   end;

begin
   writeln('Give number of greetings',
             'then press <enter>:');
   read(n); readln;
   for i:= 1 to n do hello
end.
```

9
```
program Hello9(input,output);
   var i,n : integer;

   procedure hello;
   begin
      writeln('Hello, world')
   end;

begin
   writeln('Give number of greetings',
             'then press <enter>:');
   readln(n);
   for i:= 1 to n do hello
end.
```

10
```
program Hello10(input,output);
   var i,n : integer;

   procedure hello;
   begin
      writeln('Hello, world')
   end;

begin
   writeln('Give number of greetings',
             'then press <enter>:');
   readln(n);
   if n < 0 then writeln('# is negative')
         else for i:= 1 to n do hello
end.
```

Να επιδειχθούν στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 5/11/2007 – 9/11/2007