

1η Σειρά Ασκήσεων

A. Εξοικείωση με την χρήση της Βιβλιοθήκης ή του Διαδικτύου

Γράψτε λίγα λόγια (το πολύ πέντε γραμμές) για τον καθένα από τους: Leibniz, Euler, Gauss, Cantor, Gödel, Turing, Wirth, Specker. Απαγορεύεται να ρωτήσετε άλλους, δια ζώσης ή με e-mail.

B. Παράταξη

Αθλητές παρατάσσονται σε N στήλες και M γραμμές. Από κάθε στήλη διαλέγουμε τον ψηλότερο και από αυτούς επιλέγουμε τον πιο κοντό, τον οποίο ονομάζουμε A . Από κάθε γραμμή πάλι (στην αρχική παράταξη) διαλέγουμε τον κοντότερο και από αυτούς τον πιο ψηλό, τον οποίο ονομάζουμε B .

Ποια σχέση ύψους υπάρχει ανάμεσα στο A και στο B (Απόδειξη);

Γ. Διαγωνιοποίηση

Ορισμός: Ένα σύνολο λέγεται αριθμήσιμο εάν μπορούμε να το αντιστοιχίσουμε αμφιμονοσήμαντα με τους φυσικούς αριθμούς \mathbb{N} .

Ισχυρισμός: Το σύνολο των συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ δεν είναι αριθμήσιμο.

Ιδέα της μεθόδου της διαγωνιοποίησης: Θεωρούμε ένα τετραγωνικό πίνακα με στοιχεία 0 ή 1. Ονομάζουμε d τη διαγώνιο και D ένα διάνυσμα του οποίου κάθε στοιχείο είναι $1-d_i$. Τότε το D είναι διαφορετικό από κάθε σειρά του πίνακα (γιατί!). Αυτή η ιδέα λειτουργεί και για πίνακες απείρου μεγέθους.

Απόδειξη του ισχυρισμού: Έστω ότι υπάρχει απαρίθμηση όλων των συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

$f_0: f_0(0), f_0(1), f_0(2), \dots$

$f_1: f_1(0), f_1(1), f_1(2), \dots$

$f_2: f_2(0), f_2(1), f_2(2), \dots$

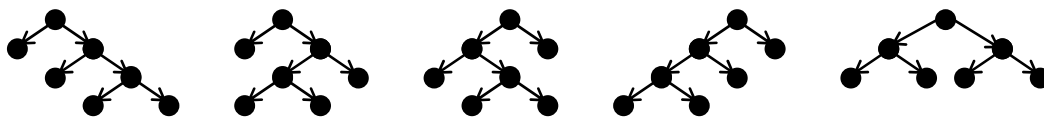
.....

Η συνάρτηση $g(n) = f_n(n) + 1$ είναι διαφορετική από κάθε f_i (άτοπο).

Να δείξετε ότι ούτε το σύνολο των γνησίως αυξουσών συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ δεν είναι αριθμήσιμο.

Δ. Δυαδικά δέντρα.

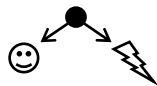
Ιδού όλα τα δυαδικά δέντρα (χωρίς εκφυλισμένους κόμβους) με 4 φύλλα:



Επαγωγικός ορισμός:

α) ● είναι δυαδικό δέντρο

β) εάν ☺ και ⚡ είναι δυαδικά δέντρα τότε είναι δυαδικό δέντρο και αυτό:



α) Ζωγραφίστε όλα τα δυαδικά δέντρα με 2, 3 και 5 φύλλα.

β) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα που έχουν 2 φύλλα αριστερά και 4 φύλλα δεξιά;

γ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα;

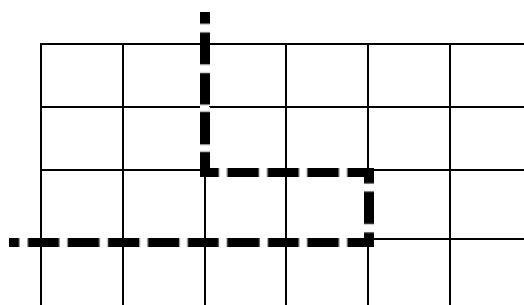
δ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με n φύλλα; (είναι αρκετό να εκφράσετε τον αριθμό a_n των δυαδικών δέντρων με n φύλλα με ένα τύπο που χρησιμοποιεί τους $a_1 \dots a_{n-1}$. Αριθμοί CATALAN.)

ε) Προαιρετικά: Να εκφράσετε το a_n με κλειστό τύπο, δηλαδή χωρίς χρήση των $a_1 \dots a_{n-1}$.

Ε. Το πρόβλημα της Ελβετικής Σοκολάτας.

Έχουμε μία πλάκα ελβετικής σοκολάτας διαστάσεων 4×6 . Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός φορών που πρέπει να κόψουμε τη σοκολάτα, ώστε να καταλήξουμε σε 24 μικρά κομματάκια διαστάσεων 1×1 ; (αποδείξτε τον ισχυρισμό σας!)

Οι τομές που κάνουμε στη σοκολάτα μπορούν να έχουν σχήμα οποιασδήποτε τεθλασμένης γραμμής η οποία ξεκινάει από ένα σημείο της περιμέτρου του κομματιού και καταλήγει σε κάποιο άλλο σημείο της περιμέτρου. Η γραμμή δεν μπορεί όμως να τέμνει τον εαυτό της. Κάθε φορά που κόβουμε, απομακρύνουμε μεταξύ τους τα κομμάτια που προκύπτουν και εν συνεχεία κόβουμε το καθένα ξεχωριστά.



Τα παραπάνω (A-E) να παραδοθούν στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 30/10/2006-3/11/2006

1. Εξάσκηση στην χρήση του editor vi και του compiler της Pascal.

Χρησιμοποιήστε τον editor για να γράψετε (π.χ. *edit Hello.p*), μετά τον compiler για να μεταφράσετε (π.χ. *pascomp Hello.p*) και μετά να εκτελέσετε (π.χ. *run Hello.exec*) τα ακόλουθα προγράμματα:

1	<pre> program Hello1(output); begin writeln('Hello, world') end. </pre>	2	<pre> program Hello2(output); begin writeln('Hello, ','world') end. </pre>
3	<pre> program Hello3(output); begin write('Hello, '); writeln('world') end. </pre>	4	<pre> program Hello4(output); begin write('Hello, world'); writeln end. </pre>
5	<pre> program Hello5(output); procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin hello; hello; hello; hello end. </pre>	6	<pre> program Hello6(output); var i : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin for i:=1 to 20 do hello end. </pre>
7	<pre> program Hello7(output); const n = 20; var i : integer; procedure num_hello; begin writeln(i,' Hello, world') end; begin for i:= 1 to n do num_hello end. </pre>	8	<pre> program Hello8(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); read(n); readln; for i:= 1 to n do hello end. </pre>
9	<pre> program Hello9(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); readln(n); for i:= 1 to n do hello end. </pre>	10	<pre> program Hello10(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); readln(n); if n < 0 then writeln('# is negative') else for i:= 1 to n do hello end. </pre>

Να επιδειχθούν στον υπεύθυνο του εργαστηρίου σας την εβδομάδα 23/10/2006-27/10/2006