

1η Σειρά Ασκήσεων

A. Εξοικείωση με την χρήση της Βιβλιοθήκης ή του Διαδικτύου

Γράψτε λίγα λόγια (το πολύ πέντε γραμμές) για τον καθένα από τους: Leibniz, Euler, Gauss, Cantor, Gödel, Turing, Wirth, Specker. Απαγορεύεται να ρωτήσετε άλλους, δια ζώσης ή με e-mail.

B. Παράταξη

Αθλητές παρατάσσονται σε N στήλες και M γραμμές. Από κάθε στήλη διαλέγουμε τον ψηλότερο και από αυτούς επιλέγουμε τον πιο κοντό, τον οποίο ονομάζουμε A . Από κάθε γραμμή πάλι (στην αρχική παράταξη) διαλέγουμε τον κοντύτερο και από αυτούς τον πιο ψηλό, τον οποίο ονομάζουμε B . Ποια σχέση ύψους υπάρχει ανάμεσα στο A και στο B (Απόδειξη);

Γ. Διαγωνιοποίηση

Ορισμός: Ένα σύνολο λέγεται αριθμήσιμο εάν μπορούμε να το αντιστοιχίσουμε αμφιμονοσήμαντα με τους φυσικούς αριθμούς $\mathbb{N}$.

Ισχυρισμός: Το σύνολο των συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ δεν είναι αριθμήσιμο.

Ιδέα της μεθόδου της διαγωνιοποίησης: Θεωρούμε ένα τετραγωνικό πίνακα με στοιχεία 0 ή 1. Ονομάζουμε d τη διαγώνιο και D ένα διάνυσμα του οποίου κάθε στοιχείο είναι $1-d_i$. Τότε το D είναι διαφορετικό από κάθε σειρά του πίνακα (γιατί). Αυτή η ιδέα λειτουργεί και για πίνακες απείρου μεγέθους.

Απόδειξη του ισχυρισμού: Έστω ότι υπάρχει απαρίθμηση όλων των συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$:

$f_0: f_0(0), f_0(1), f_0(2), \dots$

$f_1: f_1(0), f_1(1), f_1(2), \dots$

$f_2: f_2(0), f_2(1), f_2(2), \dots$

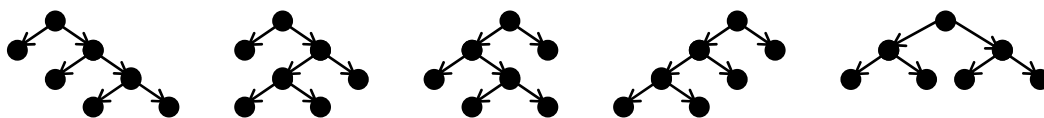
.....

Η συνάρτηση $g(n)=f_n(n)+1$ είναι διαφορετική από κάθε f_i (άτοπο).

Να δείξετε ότι ούτε το σύνολο των γνησίως αυξουσών συναρτήσεων $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ δεν είναι αριθμήσιμο.

Δ. Δυαδικά δέντρα.

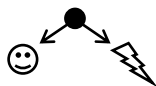
Ιδού όλα τα δυαδικά δέντρα (χωρίς εκφυλισμένους κόμβους) με 4 φύλλα:



Επαγωγικός ορισμός:

α) είναι δυαδικό δέντρο

β) εάν και είναι δυαδικά δέντρα τότε είναι δυαδικό δέντρο και αυτό:



α) Ζωγραφίστε όλα τα δυαδικά δέντρα με 2, 3 και 5 φύλλα.

β) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα που έχουν 2 φύλλα αριστερά και 4 φύλλα δεξιά;

γ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με 6 φύλλα;

δ) Πόσα δυαδικά δέντρα υπάρχουν με n φύλλα; (είναι αρκετό να εκφράσετε τον αριθμό a_n των δυαδικών δέντρων με n φύλλα με ένα τύπο που χρησιμοποιεί τους $a_1 \dots a_{n-1}$. Αριθμοί CATALAN.)

ε) Προαιρετικά: Να εκφράσετε το a_n με κλειστό τύπο, δηλαδή χωρίς χρήση των $a_1 \dots a_{n-1}$.

1. Εξάσκηση στην χρήση του editor vi και του compiler της Pascal.

Χρησιμοποιήστε τον editor για να γράψετε (π.χ. *edit Hello.p*), μετά τον compiler για να μεταφράσετε (π.χ. *pascomp Hello.p*) και μετά να εκτελέσετε (π.χ. *run Hello.exec*) τα ακόλουθα προγράμματα:

1	<pre>program Hello1(output); begin writeln('Hello, world') end.</pre>	2	<pre>program Hello2(output); begin writeln('Hello, ','world') end.</pre>
3	<pre>program Hello3(output); begin write('Hello, '); writeln('world') end.</pre>	4	<pre>program Hello4(output); begin write('Hello, world'); writeln end.</pre>
5	<pre>program Hello5(output); procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin hello; hello; hello; hello end.</pre>	6	<pre>program Hello6(output); var i : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin for i:=1 to 20 do hello end.</pre>
7	<pre>program Hello7(output); const n = 20; var i : integer; procedure num_hello; begin writeln(i, ' Hello, world') end; begin for i:= 1 to n do num_hello end.</pre>	8	<pre>program Hello8(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); read(n); readln; for i:= 1 to n do hello end.</pre>
9	<pre>program Hello9(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); readln(n); for i:= 1 to n do hello end.</pre>	10	<pre>program Hello10(input,output); var i,n : integer; procedure hello; begin writeln('Hello, world') end; begin writeln('Give number of greetings', 'then press <enter>:'); readln(n); if n < 0 then writeln('# is negative') else for i:= 1 to n do hello end.</pre>