



Γλώσσες Προγραμματισμού II

Αν δεν αναφέρεται διαφορετικά, οι ασκήσεις πρέπει να παραδοθούν στους διδάσκοντες σε ηλεκτρονική μορφή μέσω του συνεργατικού συστήματος ηλεκτρονικής μάθησης `mooodle.softlab.ntua.gr`. Η προθεσμία παράδοσης θα τηρείται αυστηρά. Έχετε δικαίωμα να καθυστερήσετε το πολύ μία άσκηση.

Άσκηση 10 Αξιοματική σημασιολογία

Προθεσμία παράδοσης: 29/3/2020

Σε πρόσφατη εξέταση του μαθήματος των πρωτοετών δόθηκε το ακόλουθο πρόβλημα:

Δίνεται ακολουθία a_1, \dots, a_N αποτελούμενη από N ακέραιους αριθμούς με τιμές μεταξύ 1 και 2.000.000 (όπου $2 \leq N \leq 1.000.000$). Κάποιοι αριθμοί μπορεί να εμφανίζονται περισσότερες από μία φορές. Ζητείται να υπολογιστεί η μέγιστη απόσταση μεταξύ δύο εμφανίσεων του ίδιου αριθμού στην ακολουθία. Π.χ., αν ένας αριθμός x εμφανίζεται στις θέσεις a_i και a_j στην ακολουθία, η απόσταση μεταξύ των δύο συγκεκριμένων εμφανίσεων του x είναι ίση με την απόλυτη τιμή της διαφοράς $|i - j|$ των αντίστοιχων θέσεων. Αν όλοι οι αριθμοί που εμφανίζονται στην ακολουθία είναι διαφορετικοί μεταξύ τους, το αποτέλεσμα πρέπει να είναι 0.

Παράδειγμα 1: ($N = 8$)
 $a = [5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$
 $\text{samenum}(N, a) = 7$

Παράδειγμα 2: ($N = 10$)
 $a = [1, 2, 3, 2, 5, 5, 1, 2, 4, 4]$
 $\text{samenum}(N, a) = 6$

Παράδειγμα 3: ($N = 10$)
 $a = [1, 2, 4, 5, 6, 3, 9, 10, 7, 8]$
 $\text{samenum}(N, a) = 0$

Ένας σπουδαστής έδωσε την εξής λύση για το παραπάνω πρόβλημα:

```
1 #define MAXN 1000000
2 #define MAXV 2000000
3
4 int samenum(int N, int *x) {
5     int p[MAXV+1];
6     for (int i = 0; i <= MAXV; ++i) p[i] = -1;
7     int best = 0;
8     for (int i = 0; i < N; ++i)
9         if (p[x[i]] == -1) p[x[i]] = i;
10        else if (i - p[x[i]] > best) best = i - p[x[i]];
11    return best;
12 }
```

Αποδείξτε την ορθότητα της συνάρτησης χρησιμοποιώντας αξιωματική σημασιολογία. Συγκεκριμένα, αποδείξτε ότι το αποτέλεσμα της συνάρτησης είναι $r \neq 0$ αν και μόνο αν:

- υπάρχουν δύο στοιχεία $a[i]$ και $a[j]$ τέτοια ώστε $a[i] = a[j]$ και $i < j$ και $r = j - i$, και
- για κάθε άλλα στοιχεία $a[i']$ και $a[j']$ τέτοια ώστε $a[i'] = a[j']$ και $i' < j'$ ισχύει $r \geq j' - i'$.

Μπορείτε να λύσετε αυτή την άσκηση με δύο (εναλλακτικούς) τρόπους:

1. Να γράψετε το σώμα της συνάρτησης στην απλή προστακτική γλώσσα των διαφανειών. Υποθέστε ότι η γλώσσα υποστηρίζει όλες τις αριθμητικές πράξεις και πίνακες. Υποθέστε επίσης ότι όλες οι πράξεις υπολογίζουν πάντα το ιδεατό αποτέλεσμα, χωρίς το ενδεχόμενο υπερχείλισης ή αριθμητικού σφάλματος. Αν χρησιμοποιήσετε αυτόν τον τρόπο, παραδώστε ένα αρχείο κειμένου ή PDF που να περιέχει αναλυτικά την απόδειξή σας.
2. Να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο επαλήθευσης προγραμμάτων Frama-C, που είναι διαθέσιμο από την ιστοσελίδα <http://frama-c.com/>. Αν το επιχειρήσετε, ίσως χρειαστεί να εγκαταστήσετε και κάποιο εργαλείο αυτόματης απόδειξης θεωρημάτων, όπως το Alt-Ergo, ή κάποιο σύστημα υποστήριξης αποδείξεων, όπως το Coq. Υπάρχουν σύνδεσμοι προς τέτοια εργαλεία από την ιστοσελίδα του Frama-C. Με μία από τις τελευταίες εκδόσεις του Frama-C (από Neon μέχρι και την τρέχουσα Calcium) προτείνεται η χρήση του plugin WP (αντί του παλιότερου Jessie). Αν χρησιμοποιήσετε αυτόν τον τρόπο, παραδώστε ένα πρόγραμμα C με σχόλια-annotations για το Frama-C. Στην αρχή του προγράμματος, γράψτε σε ένα σχόλιο την έκδοση του Frama-C και των solvers που χρησιμοποιήσατε, καθώς και την ακριβή γραμμή εντολών που επαληθεύει αυτόματα την ορθότητα του προγράμματος.

```
$ frama-c --version
19.1 (Potassium)
$ frama-c -wp -wp-prover alt-ergo -wp-rte -wp-timeout 300 -wp-verbose 0 samenum.cpp
  -then -report
[kernel] Parsing samenum.cpp (with preprocessing)
[rte] annotating function samenum
[report] Computing properties status...

-----
--- Properties of Function 'samenum'
-----

[ Valid ] Post-condition (file samenum.cpp, line 23)
         by wp.typed.
[ Valid ] Post-condition (file samenum.cpp, line 24)
         by wp.typed.
[ Valid ] Loop assigns (file samenum.cpp, line 30)
         by wp.typed.

... snip ...

[ Valid ] Default behavior
         by Frama-C kernel.

-----
--- Status Report Summary
-----

  33 Completely validated
  33 Total
-----
```

Εναλλακτικά, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την παρακάτω εντολή που σας φέρνει στο GUI, και να ελέγξετε ότι όλα τα proof obligations είναι πράσινα.

```
$ frama-c-gui -wp -wp-prover alt-ergo -wp-rte -wp-timeout 300 samenum.cpp
```