



## Γλώσσες Προγραμματισμού II

Αν δεν αναφέρεται διαφορετικά, οι ασκήσεις πρέπει να παραδίδονται στους διδάσκοντες σε ηλεκτρονική μορφή μέσω του συνεργατικού συστήματος ηλεκτρονικής μάθησης `mooodle.softlab.ntua.gr`. Η προθεσμία παράδοσης θα τηρείται αυστηρά. Έχετε δικαίωμα να καθυστερήσετε το πολύ μία άσκηση.

### Άσκηση 6 Το πουλί, το άπειρο δέντρο και οι γρήγορες δοκιμές

Προθεσμία παράδοσης: 22/3/2015

Έστω στη γλώσσα Haskell ο τύπος `Tree` και οι συναρτήσεις που αναπτύξατε για την άσκηση 5.

```
data Tree a = T a [Tree a]
```

1. Υλοποιήστε μία γεννήτρια αυθαίρετων δέντρων που να επιτρέπει τον αυτόματο έλεγχο ιδιοτήτων για δέντρα με το εργαλείο `QuickCheck`. Συγκεκριμένα, υλοποιήστε ένα `instance` της μορφής:

```
instance Arbitrary a => Arbitrary (Tree a)
```

Επειδή ο τύπος `Tree` είναι αναδρομικός, φροντίστε να κάνετε χρήση του μέτρου στη γεννήτρια (`sized`, `resize`), έτσι ώστε η γεννήτρια να τερματίζει. Επίσης, φροντίστε ώστε τα δέντρα που γεννάτε να μην είναι πάντοτε είτε πολύ “πλατειά” είτε πολύ “στενά”.

2. Χρησιμοποιήστε τη γεννήτρια για να ελέγξετε με το `QuickCheck` τις παρακάτω ιδιότητες:
  - Το ύψος κάθε δέντρου (`heightTree`) είναι θετικός φυσικός αριθμός που δεν υπερβαίνει το μέγεθός του (`sizeTree`).
  - Η μέγιστη τιμή ενός δέντρου (`maxTree`) ανήκει (`inTree`) στο δέντρο.
  - Όλοι οι κόμβοι (`nodes`) ενός δέντρου ανήκουν στο δέντρο.
  - Το πλήθος των κόμβων ενός δέντρου που πληρούν μια ιδιότητα (`countTree`) είναι φυσικός αριθμός που δεν υπερβαίνει το μέγεθος του δέντρου.
  - Το πλήθος των κόμβων ενός δέντρου είναι ίσο με το μέγεθός του. Επίσης, το πλήθος των φύλλων είναι μικρότερο του πλήθους των κόμβων, εκτός αν και τα δύο ισούνται με 1.
  - Η συνάρτηση `mapTree` διατηρεί το μέγεθος και το ύψος του δέντρου.
  - Αν η τιμή `n` ανήκει στους κόμβους ενός δέντρου `t`, τότε η τιμή `f n` ανήκει στο δέντρο `mapTree f t`.
  - Για κάθε συνάρτηση  $g \in \{ \text{nodes}, \text{leaves} \}$  ισχύει:  $\text{map } f \cdot g == g \cdot \text{mapTree } f$ .
3. Ορίστε το δέντρο του Bird [Hin09], ένα άπειρο δυαδικό δέντρο με τύπο:

```
bird :: Tree Rational
```

Ο ορισμός σας χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις που ορίσατε δε θα υπερβαίνει τις 3 γραμμές...

4. Χρησιμοποιήστε το `QuickCheck` για να ελέγξετε τις παρακάτω ιδιότητες του δέντρου του Bird:

- Ακολουθώντας ένα μονοπάτι μήκους  $n$  είτε στο `bird` είτε στο `trimTree n bird` οδηγούμαστε στον ίδιο κόμβο.
- Ακολουθώντας ένα μονοπάτι από τη ρίζα που κάνει “ζιγκ-ζάγκ”, δεξιά-αριστερά, οδηγούμαστε διαδοχικά σε όλους τους φυσικούς αριθμούς.
- Ακολουθώντας από τη ρίζα το αριστερότερο δυνατό μονοπάτι, οδηγούμαστε σε κόμβους που οι παρονομαστές τους ορίζουν την ακολουθία Fibonacci.
- Κάθε θετικός ρητός αριθμός εμφανίζεται σε κάποια θέση στο δέντρο του Bird. Για να ελέγξετε αυτή την ιδιότητα, ίσως θα χρειαστείτε να γράψετε μία συνάρτηση `findBird q`, η οποία να επιστρέφει το μονοπάτι που από τη ρίζα οδηγεί στο ρητό αριθμό  $q$ .

## Αναφορές

[Hin09] Ralf Hinze. The Bird tree. *Journal of Functional Programming*, 19(5):491–508, September 2009. Διαθέσιμο από: <http://www.cs.ox.ac.uk/ralf.hinze/publications/Bird.pdf>.