



Γλώσσες Προγραμματισμού II

<http://courses.softlab.ntua.gr/p12/>

Κωστής Σαγώνας

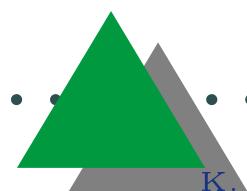
kostis@cs.ntua.gr

Νίκος Παπασπύρου

nickie@softlab.ntua.gr



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχ. Υπολογιστών
Εργαστήριο Τεχνολογίας Λογισμικού
Πολυτεχνειούπολη, 15780 Ζωγράφου.



Αξιωματική σημασιολογία (i)

- Τεχνική ή λογική των Floyd και Hoare
- Απόδειξη ορθότητας προγραμμάτων
- Απλή προσταχτική γλώσσα

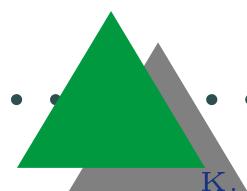
$C ::= \begin{array}{l} \text{skip} \\ | \quad i := E \\ | \quad C_0; C_1 \\ | \quad \text{while } B \text{ do } C \\ | \quad \text{if } B \text{ then } C_0 \text{ else } C_1 \end{array}$

Αξιωματική σημασιολογία (ii)

- Τριάδα Hoare (Hoare triple) ή προδιαγραφές

$$\{P\}C\{Q\}$$

- C πρόγραμμα
- P και Q λογικές εκφράσεις
(προσυνθήκη – μετασυνθήκη)
- στις P και Q μπορούν να εμφανίζονται οι μεταβλητές του C

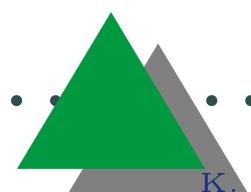


Αξιωματική σημασιολογία (iii)

- $\{P\}C\{Q\}$ αληθής \Leftrightarrow αν το C εκτελείται σε μια αρχική κατάσταση που ικανοποιεί την P και η εκτέλεσή του τερματίζει, τότε στην τελική κατάσταση ικανοποιείται η Q
- Παραδείγματα

$$\{X=1\}X := X + 1 \{X=2\}$$
$$\{X=x \wedge Y=y\}R := X; \quad X := Y; \quad Y := R \{X=y \wedge Y=x\}$$

- Μερική ορθότητα (partial correctness): ο τερματισμός του προγράμματος δεν εξασφαλίζεται από τις προδιαγραφές



Αξιωματική σημασιολογία (iv)

- Παραδείγματα (συνέχεια)

- Αληθής προσυνθήκη

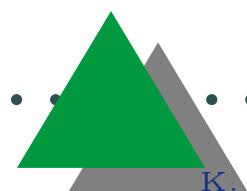
$$\{\text{true}\}C\{Q\}$$

αληθής \Leftrightarrow αν το πρόγραμμα C τερματίζει,
τότε ικανοποιείται η Q

- Αληθής μετασυνθήκη

$$\{P\}C\{\text{true}\}$$

αληθής πάντοτε



Αξιωματική σημασιολογία (v)

- Παραδείγματα (συνέχεια)

- Ψευδής προσυνθήκη

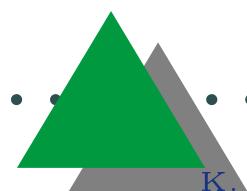
$$\{\text{false}\}C\{\text{Q}\}$$

αληθής πάντοτε

- Ψευδής μετασυνθήκη

$$\{\text{P}\}C\{\text{false}\}$$

αληθής \Leftrightarrow αν η αρχική κατάσταση
ικανοποιεί την P, τότε το πρόγραμμα C
δεν τερματίζει



Αξιωματική σημασιολογία (vi)

- Αξίωμα του skip

$$\{P\} \text{skip} \{P\}$$

- Αξίωμα της ανάθεσης

$$\{P[E/V]\}V := E\{P\}$$

- Παραδείγματα

$$\{42=42\}X := 42\{X=42\}$$

$$\{X+1=n+1\}X := X+1\{X=n+1\}$$

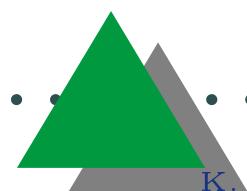
Αξιωματική σημασιολογία (vii)

- Κανόνας ενδυνάμωσης της προσυνθήκης

$$\frac{P \Rightarrow R \quad \{R\}C\{Q\}}{\{P\}C\{Q\}}$$

- Παράδειγμα

$$\frac{X=n \Rightarrow X+1=n+1 \quad \{X+1=n+1\}X := X+1 \{X=n+1\}}{\{X=n\}X := X+1 \{X=n+1\}}$$



Αξιωματική σημασιολογία (viii)

- Κανόνας αποδυνάμωσης της μετασυνθήκης

$$\frac{\{P\}C\{R\} \quad R \Rightarrow Q}{\{P\}C\{Q\}}$$

- Κανόνες σύζευξης και διάζευξης

$$\frac{\{P_1\}C\{Q_1\} \quad \{P_2\}C\{Q_2\}}{\{P_1 \wedge P_2\}C\{Q_1 \wedge Q_2\}}$$

$$\frac{\{P_1\}C\{Q_1\} \quad \{P_2\}C\{Q_2\}}{\{P_1 \vee P_2\}C\{Q_1 \vee Q_2\}}$$



Αξιωματική σημασιολογία (ix)

■ Κανόνας σύνθετων εντολών

$$\frac{\{P\}C_1\{R\} \quad \{R\}C_2\{Q\}}{\{P\}C_1; C_2\{Q\}}$$

• Παράδειγμα

$$\{X=x \wedge Y=y\}R := X\{R=x \wedge Y=y\}$$

$$\{R=x \wedge Y=y\}X := Y\{R=x \wedge X=y\}$$

$$\{R=x \wedge X=y\}Y := R\{Y=x \wedge X=y\}$$

$$\{X=x \wedge Y=y\}R := X; X := Y\{R=x \wedge X=y\}$$

$$\{X=x \wedge Y=y\}R := X; X := Y; Y := R\{Y=x \wedge X=y\}$$

Αξιωματική σημασιολογία (x)

- Κανόνας του **if**

$$\frac{\{P \wedge S\} C_1 \{Q\} \quad \{P \wedge \neg S\} C_2 \{Q\}}{\{P\} \text{if } S \text{ then } C_1 \text{ else } C_2 \{Q\}}$$

- Παράδειγμα

$\{y > 1\} \text{if } x > 0 \text{ then } y := y - 1 \text{ else } y := y + 1 \{y > 0\}$

Αξιωματική σημασιολογία (xi)

■ Κανόνας του while

$$\frac{\{P \wedge S\} C \{P\}}{\{P\} \text{while } S \text{ do } C \{P \wedge \neg S\}}$$

- Η συνθήκη P λέγεται **αναλλοίωτη** (invariant)
- Παράδειγμα

$\{n \geq 0\} p := 1; i := 2;$
 $\quad \text{while } i \leq n \text{ do } (p := p * i; i := i + 1) \{p = n!\}$