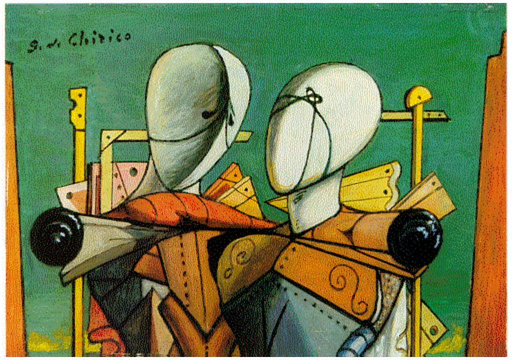
Συμπερασμός Τύπων και Πολυμορφισμός



Giorgio de Chirico, *Etorre e Andromaca, 1915-1925*

Κωστής Σαγώνας <kostis@cs.ntua.gr>
Νίκος Παπασπύρου <nickie@softlab.ntua.gr>

Εισαγωγή: Σύγκριση μεταξύ γλωσσών

C:
```
int f(char a, char b) {
  return a == b;
}
```

ML:
```
- fun f(a, b) = (a = b);
val f = fn : ''a * ''a -> bool
```

- Η συνάρτηση σε ML γράφεται πιο εύκολα: ο προγραμματιστής δε χρειάζεται να ορίσει τύπους
- Η συνάρτηση σε ML είναι πιο ευέλικτη: μπορεί να χρησιμοποιηθεί <u>για κάθε τύπο</u> (που υποστηρίζει ισότητα)
- Συναρτήσεις σαν και την παραπάνω, οι οποίες δουλεύουν για πολλούς τύπους, ονομάζονται πολυμορφικές

Περιεχόμενα

- Συμπερασμός τύπων (type inference)
  - Καλό παράδειγμα αλγόριθμου και εφαρμογής στατικής ανάλυσης προγραμμάτων
  - Θα δούμε τον αλγόριθμο σε κάποια παραδείγματα
- Υπερφόρτωση (overloading)
- Αυτόματη μετατροπή τύπων (type coercion)
- Πολυμορφισμός
  - Πολυμορφισμός έναντι υπερφόρτωσης
  - Υλοποίηση του πολυμορφισμού σε διαφορετικές γλώσσες
  - Παραμετρικός πολυμορφισμός (parametric polymorphism)
  - Πολυμορφισμός υποτύπων (subtype polymorphism)
- Ανακεφαλαίωση ορισμών

Συμπερασμός τύπων

Έλεγχος τύπων έναντι συμπερασμού τύπων

- Έλεγχος τύπων

```
int f(int x) { return x+1; };
int g(int y) { return f(y+1)*2; };
```

  - Κοιτάμε στο σώμα κάθε συνάρτησης χρησιμοποιώντας τις δηλώσεις τύπων των μεταβλητών για τον έλεγχο της συνέπειάς τους

- Συμπερασμός τύπων

~~int~~ f(~~int~~ x) { return x+1; };
~~int~~ g(~~int~~ y) { return f(y+1)*2; };

  - Κοιτάμε στον κώδικα, ο οποίος δεν περιέχει πληροφορία τύπων, και «μαντεύουμε» ποιοι τύποι θα έπρεπε να είχαν δηλωθεί ώστε το πρόγραμμα να είναι συνεπές ως προς τη χρήση των τύπων

- Η ML έχει σχεδιαστεί ώστε ο συμπερασμός τύπων να είναι βατός (tractable)

Χρησιμότητα

- Τύποι και έλεγχος τύπων
  - Τα συστήματα τύπων βελτιώνονται συνεχώς από την Algol 60 και έκτοτε
  - Οι τύποι έχουν αποδειχθεί σημαντικοί τόσο για τη μεταγλώττιση όσο και για την αξιοπιστία και την ασφάλεια των προγραμμάτων
- Συμπερασμός τύπων
  - Θεωρείται ως μια από τις σημαντικότερες εξελίξεις στη θεωρία και την πρακτική των γλωσσών προγραμματισμού
  - Ο συμπερασμός τύπων της ML μας δίνει μια ιδέα
    - του πώς δουλεύουν πολλοί άλλοι αλγόριθμοι συμπερασμού τύπων αλλά και
    - της στατικής ανάλυσης προγραμμάτων

Συμπερασμός τύπων στην ML

- Παράδειγμα

```
- fun add2 x = 2+x;
val add2 = fn : int -> int
```

- Πώς συμπεραίνουμε τον παραπάνω τύπο;
  - Ο **+** έχει δύο τύπους: **`int * int -> int`** ή **`real * real -> real`**
  - Η σταθερά **2** έχει τύπο **`int`**
  - Αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε τον τύπο : **`int*int -> int`**
  - Αυτό με τη σειρά του σημαίνει ότι **`x:int`**
  - Επομένως η συνάρτηση **`add2`** έχει τύπο **`int -> int`**

Οι υπερφορτωμένοι τελεστές και συναρτήσεις, όπως ο + είναι σπάνιοι.

Τα περισσότερα σύμβολα στην ML έχουν μοναδικό τύπο.

Σε πολλές περιπτώσεις, ο μοναδικός αυτός τύπος είναι πολυμορφικός.

Μια διαφορετική παρουσίαση του συμπερασμού

- Παράδειγμα

Γράφος για λx. ((plus 2) x)

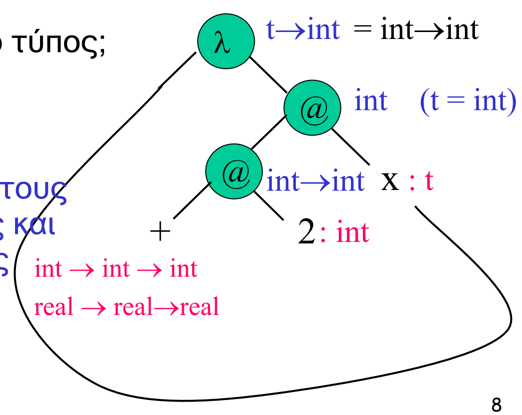
```
- fun add2 x = 2+x;
val add2 = fn : int -> int
```

- Πώς συμπεραίνεται ο τύπος;

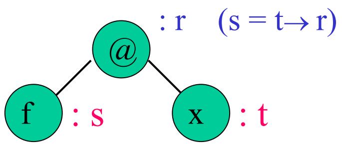
Αναθέτουμε τύπους στα φύλλα

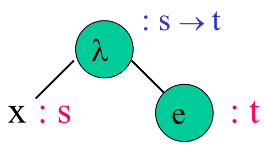
Προωθούμε τύπους στους εσωτερικούς κόμβους και γεννάμε περιορισμούς

Επιλύουμε μέσω αντικατάστασης (ενοποίησης)



Εφαρμογή και ορισμός συναρτήσεων





- Εφαρμογή συνάρτησης
  - Η f έχει τύπο συνάρτησης πεδίο ορισμού → πεδίο τιμών
  - Το πεδίο ορισμού της f είναι ίδιο με τον τύπο του ορίσματος x
  - Ο τύπος του αποτελέσματος είναι ο τύπος του πεδίου τιμών της f
- Ορισμός συνάρτησης
  - Ο τύπος της συνάρτησης είναι πεδίο ορισμού → πεδίο τιμών
  - Πεδίο ορισμού είναι ο τύπος της μεταβλητής x
  - Πεδίο τιμών είναι ο τύπος του αποτελέσματος του σώματος e της συνάρτησης

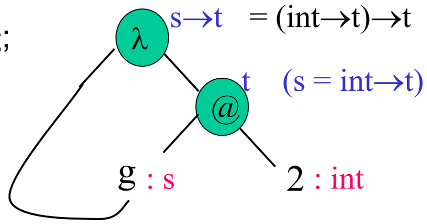
Τύποι με μεταβλητές τύπων

- Παράδειγμα

```
- fun f(g) = g(2);
val f = fn : (int -> 'a) -> 'a
```

Γράφος για λg. (g 2)

- Πώς συμπεραίνεται ο τύπος;



Αναθέτουμε τύπους στα φύλλα

Προωθούμε τύπους στους εσωτερικούς κόμβους και γεννάμε περιορισμούς

Επιλύουμε μέσω αντικατάστασης (ενοποίησης)

Χρήση πολυμορφικών συναρτήσεων

- Συνάρτηση

```
- fun f(g) = g(2);
val f = fn : (int -> 'a) -> 'a
```

- Πιθανές χρήσεις

```
- fun add2(x) = 2+x;
val add2 = fn : int -> int
- f(add2);
val it = 4 : int
```

```
- fun isEven(x) = (x mod 2) = 0;
val isEven = fn : int -> bool
- f(isEven);
val it = true : bool
```


Αναγνώριση σφάλματος τύπων

- Έστω η συνάρτηση:

```
- fun f(g) = g(2);
val f = fn : (int -> 'a) -> 'a
```

- Λάθος χρήση:

```
- fun not(x) = if x then false else true;
val not = fn : bool -> bool
- f(not);
```

- **Σφάλμα τύπου:** δεν είναι δυνατόν ο τύπος `bool -> bool` να είναι στιγμιότυπο του τύπου `int -> 'a`

Ακόμα ένα παράδειγμα συμπερασμού τύπων

- Έστω η συνάρτηση

```
- fun f(g,x) = g(g(x));
val f = fn : ('a -> 'a) * 'a -> 'a
```

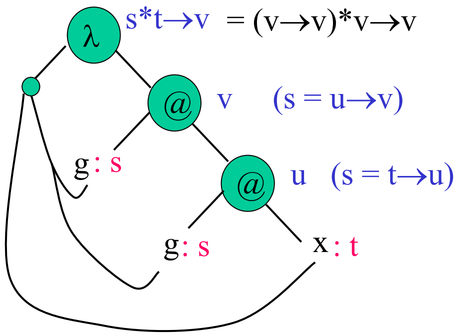
- Συμπερασμός τύπου

  Αναθέτουμε τύπους στα φύλλα

  Προωθούμε τύπους στους εσωτερικούς κόμβους και γεννάμε περιορισμούς

  Επιλύουμε μέσω ενοποίησης

Γράφος για λ⟨g,x⟩. g(g x)



Πολυμορφικοί τύποι δεδομένων

- Τύποι δεδομένων με μεταβλητές τύπου

```
- datatype 'a list = nil | cons of 'a * ('a list);
nil : 'a list
cons : 'a * ('a list) -> 'a list
```

- Πολυμορφική συνάρτηση

```
- fun length nil = 0
=   | length cons(x,rest) = 1 + length(rest);
val length = fn : 'a list -> int
```

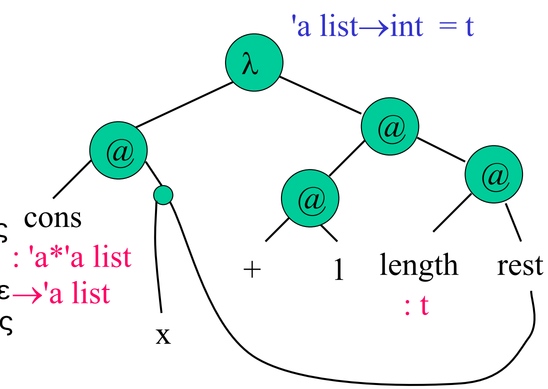
- Συμπερασμός τύπων
  - Συμπεραίνουμε κάποιο τύπο για κάθε πρόταση ξεχωριστά
  - Συνδυάζουμε τους τύπους με τον περιορισμό ότι πρέπει να είναι συμβατοί μεταξύ τους (οι τύποι ενοποιούνται αν αυτό είναι αναγκαίο)

Συμπερασμός τύπων και αναδρομή

- Η δεύτερη πρόταση:

```
length cons(x,rest) = 1 + length(rest)
```

- Συμπερασμός τύπων
  - Αναθέτουμε τύπους στα φύλλα
  - Συνεχίζουμε ως συνήθως
  - Προσθέτουμε τον περιορισμό ότι ο τύπος του σώματος της συνάρτησης ισούται με τον τύπο του ονόματος της συνάρτησης



Κύρια σημεία για το συμπερασμό τύπων

- Υπολογίζουμε τον τύπο της έκφρασης
  - Δε χρειαζόμαστε δηλώσεις για τον τύπο των μεταβλητών
  - Βρίσκουμε τον *πιο γενικό τύπο* μέσω επίλυσης περιορισμών
  - Το παραπάνω αυτόματα οδηγεί σε πολυμορφισμό συναρτήσεων
- Στατικός έλεγχος τύπων χωρίς προδιαγραφές τύπων
- Πολλές φορές οδηγεί σε καλύτερη αναγνώριση σφαλμάτων από ότι ο κοινός έλεγχος τύπων
  - Ο συμπερασμός τύπων μπορεί να αναδείξει κάποιο προγραμματιστικό λάθος **ακόμα και αν δεν υπάρχει σφάλμα τύπων** (βλέπε παράδειγμα στην επόμενη διαφάνεια)

Χρήσιμη πληροφορία από συμπερασμό τύπων

- Μια συνάρτηση για λίστες:

```
fun reverse nil = nil
  | reverse (h::t) = reverse t;
```

- Ο τύπος που συμπεραίνεται από την ML είναι:

```
reverse : 'a list -> 'b list
```

- Τι σημαίνει αυτός ο τύπος;

  Αφού η αναστροφή μιας λίστας δεν αλλάζει τον τύπο των στοιχείων της λίστας, πρέπει να υπάρχει κάποιο λάθος στον παραπάνω ορισμό της “**reverse**”

Πολυμορφισμός και Υπερφόρτωση

Υπερφόρτωση (overloading)

- Μια συνάρτηση (ή ένας τελεστής) είναι υπερφορτωμένη όταν έχει τουλάχιστον δύο ορισμούς για διαφορετικούς τύπους ορισμάτων
- Πολλές γλώσσες έχουν υπερφορτωμένους τελεστές

ML:

```
val x = 1 + 2;
val y = 1.0 + 2.0;
```

Pascal:

```
a := 1 + 2;
b := 1.0 + 2.0;
c := "hello " + "there";
d := ['a'..'d'] + ['f'];
```

- Επίσης, κάποιες γλώσσες επιτρέπουν τον ορισμό νέων υπερφορτωμένων συναρτήσεων ή τελεστών

Προσθήκη σε ήδη υπερφορτωμένους τελεστές

- Κάποιες γλώσσες, όπως η C++, επιτρέπουν πρόσθετη υπερφόρτωση των ήδη υπερφορτωμένων τελεστών

```
class complex {
  double rp, ip; // real part, imaginary part
public:
  complex(double r, double i) {rp = r; ip = i;}
  friend complex operator+(complex, complex);
  friend complex operator*(complex, complex);
};

void f(complex a, complex b, complex c) {
  complex d = a + b * c;
  …
}
```

Υπερφόρτωση τελεστών στη C++

- Η C++ επιτρέπει σχεδόν σε όλους τους τελεστές την πρόσθετη υπερφόρτωση, συμπεριλαμβανομένων των:
  - Πιο συχνά χρησιμοποιούμενων τελεστών (**+**,**-**,*****,**/**,%,**^**,&,**|**,~,**!**, =,<,>, +=,**-=**,**,**=,***=**,**/=**,%=,**^=**,&=,**|=**,<<,>>,>>=,<<=,==, **!=**,<=,>=,&&,**||**,++,**--**,**->***,**,**)
  - Αποδεικτοδότησης (dereferencing) (***p** και **p->x**)
  - Χρήσης δεικτών (**a[i]**)
  - Κλήσης συνάρτησης (**f(a,b,c)**)
  - Δέσμευσης και αποδέσμευσης μνήμης (**new** και **delete**)

Ορισμός υπερφορτωμένων συναρτήσεων

- Κάποιες γλώσσες, όπως η C++, επιτρέπουν την υπερφόρτωση των ονομάτων των συναρτήσεων

```
int square(int x) {
  return x*x;
}

double square(double x) {
  return x*x;
}
```


Όμως η υπερφόρτωση εξαφανίζεται στη C++

```
int square(int x) {
  return x*x;
}

double square(double x) {
  return x*x;
}

void f() {
  int a = square(3);
  double b = square(3.0);
}
```

square_i

square_d

Δίνουμε καινούργια (μοναδικά) ονόματα σε υπερφορτωμένους ορισμούς συναρτήσεων…

Εξαφάνιση υπερφόρτωσης στη C++

```
int square_i(int x) {
  return x*x;
}

double square_d(double x) {
  return x*x;
}

void f() {
  int a = square_i(3);
  double b = square_d(3.0);
}
```

Και στη συνέχεια μετονομάζουμε τις κλήσεις (ανάλογα με τους τύπους των ορισμάτων τους)

Υλοποίηση υπερφόρτωσης στη C++

- Οι μεταγλωττιστές συνήθως υλοποιούν την υπερφόρτωση:
  - Δημιουργούν μονομορφικές συναρτήσεις, μια για κάθε ορισμό
  - Εφευρίσκουν ένα νέο όνομα για κάθε ορισμό το οποίο κωδικοποιεί την πληροφορία για τους τύπους
  - Κάθε κλήση χρησιμοποιεί το κατάλληλο όνομα ανάλογα με τους τύπους των παραμέτρων

C++:

```
int shazam(int a, int b) {return a+b;}
double shazam(double a, double b) {return a+b;}
```

Assembler:

```
shazam__Fii:
        lda $30,-32($30)
        .frame $15,32,$26,0
        …
shazam__Fdd:
        lda $30,-32($30)
        .frame $15,32,$26,0
        …
```


Αυτόματος εξαναγκασμός τύπου (Coercion)

- Σε πολλές γλώσσες ο μεταγλωττιστής εξαναγκάζει την αυτόματη μετατροπή τύπου (type coercion), ακόμα και σε περιπτώσεις που οι μετατροπές δεν είναι άμεσα δηλωμένες από τον προγραμματιστή

Δήλωση μετατροπής τύπου στη Java:

```
double x;
x = (double) 2;
```

Coercion στη Java:

```
double x;
x = 2;
```


Αυτόματη μετατροπή παραμέτρων

- Διαφορετικές γλώσσες υποστηρίζουν διαφορετικές μετατροπές σε διαφορετικές περιπτώσεις: σε αναθέσεις, σε δυαδικούς τελεστές, σε μοναδιαίους τελεστές, σε παραμέτρους, κ.λπ.
- Όταν μια γλώσσα υποστηρίζει αυτόματους εξαναγκασμούς μετατροπής τύπου σε παραμέτρους μιας κλήσης συνάρτησης (ή σε μια χρησιμοποίηση τελεστή), τότε η συνάρτηση (ή ο τελεστής) είναι **πολυμορφική (πολυμορφικός)**

Παράδειγμα: Java

```
void f(double x) {
  …
}

f((byte) 1);
f((short) 2);
f('a');
f(3);
f(4L);
f(5.6F);
```

Η συνάρτηση **f** μπορεί να κληθεί με κάθε τύπο παραμέτρου που μπορεί να μετατραπεί αυτόματα σε **double** στη Java

Ορισμός αυτόματων μετατροπών τύπων

- Οι γλώσσες ξοδεύουν μεγάλο μέρος του τυπικού ορισμού τους στο να ορίσουν επακριβώς τους επιτρεπόμενους αυτόματους εξαναγκασμούς μετατροπής τύπου και το πώς αυτοί λαμβάνουν χώρα
- Κάποιες γλώσσες, ειδικά κάποιες παλιές γλώσσες όπως η Algol 68 και η PL/I, επιτρέπουν πολλές αυτόματες μετατροπές τύπων
- Κάποιες άλλες, όπως η ML, δεν επιτρέπουν καμία
- Οι περισσότερες, όπως η Java, είναι κάπου ενδιάμεσα

Παράδειγμα: Java

5.6.1 **Unary Numeric Promotion**
Some operators apply *unary numeric promotion* to a single operand, which must produce a value of a numeric type: If the operand is of compile-time type **`byte`**, **`short`**, or **`char`**, unary numeric promotion promotes it to a value of type **`int`** by a widening conversion (§5.1.2). Otherwise, a unary numeric operand remains as is and is not converted.
Unary numeric promotion is performed on expressions in the following situations: the dimension expression in array creations (§15.9); the index expression in array access expressions (§15.12); operands of the unary operators plus **`+`** (§15.14.3) and minus **`-`** (§15.14.4) ...

The Java Language Specification
James Gosling, Bill Joy, Guy Steele

Αυτόματες μετατροπές τύπων και υπερφόρτωση

- Η αυτόματη μετατροπή τύπων συνήθως έχει περίεργες αλληλεπιδράσεις με την υπερφόρτωση συναρτήσεων
- Αυτό συμβαίνει διότι
  - Η υπερφόρτωση χρησιμοποιεί τους τύπους για την επιλογή του ορισμού που θα χρησιμοποιηθεί
  - Η αυτόματη μετατροπή τύπων χρησιμοποιεί τον ορισμό για να αποφασίσει τι είδους μετατροπή θα πρέπει να γίνει

Παραδείγματα… σύγχυσης

- Έστω ότι, όπως στη C++, η γλώσσα επιτρέπει την αυτόματη μετατροπή **`char`** σε **`int`** ή σε **`double`**
- Ποια **`square`** καλείται σε μια κλήση **`square('a')`**;

```
int square(int x) {
  return x*x;
}
```

```
double square(double x) {
  return x*x;
}
```

- Έστω ότι, όπως στη C++, η γλώσσα επιτρέπει την αυτόματη μετατροπή **`char`** σε **`int`**
- Ποια **`f`** καλείται σε μια κλήση **`f('a','b')`**;

```
void f(int x, char y) {
  …
}
```

```
void f(char x, int y) {
  …
}
```

Πολυμορφισμός

Παραμετρικός πολυμορφισμός

- Μια συνάρτηση είναι παραμετρικά πολυμορφική εάν έχει τύπο που περιέχει μία ή περισσότερες μεταβλητές τύπου
- Ένας τύπος με μεταβλητές τύπων είναι ένας πολυτύπος
- Παραμετρικός πολυμορφισμός συναντιέται σε γλώσσες όπως η ML, η C++ και η Ada

Παράδειγμα: C++ Function Templates

```
template<class X> X max(X a, X b) {
  return a>b ? a : b;
}

void g(int a, int b, char c, char d) {
  int m1 = max(a,b);
  char m2 = max(c,d);
}
```

Ο τελεστής σύγκρισης **>** *μπορεί να είναι πρόσθετα υπερφορτωμένος, οπότε η μεταβλητή τύπου* **X** *δεν περιορίζεται μόνο σε τύπους για τους οποίους ο τελεστής* **>** *είναι προκαθορισμένος.*

Παράδειγμα: Συναρτήσεις σε ML

```
- fun identity x = x;
val identity = fn : 'a -> 'a
- identity 3;
val it = 3 : int
- identity "hello";
val it = "hello" : string
- fun reverse x =
=   if null x then nil
=   else (reverse (tl x)) @ [(hd x)];
val reverse = fn : 'a list -> 'a list
```

Υλοποίηση παραμετρικού πολυμορφισμού

- Το ένα άκρο: πολλά αντίγραφα του κώδικα
  - Δημιουργείται ένα σύνολο από μονομορφικές συναρτήσεις, μία για κάθε πιθανό στιγμιότυπο των μεταβλητών τύπου
    - Κάθε αντίγραφο είναι μια μονομορφική υλοποίηση
    - Η οποία όμως μπορεί να βελτιστοποιηθεί/προσαρμοστεί στο συγκεκριμένο τύπο
- Το άλλο άκρο: ο ίδιος κώδικας
  - Δημιουργείται μία μόνο υλοποίηση και χρησιμοποιείται για όλες τις κλήσεις (αληθινός καθολικός πολυμορφισμός)
  - Δε μπορεί να βελτιστοποιηθεί για χρήση συγκεκριμένων τύπων
- Βεβαίως υπάρχουν και πολλές ενδιάμεσες υλοποιήσεις

Πολυμορφισμός υποτύπων

- Μια συνάρτηση (ή ένας τελεστής) είναι **πολυμορφική ως προς υποτύπους** εάν κάποια από τις παραμέτρους τύπων της έχει υποτύπους
- Είναι σημαντική πηγή πολυμορφισμού σε γλώσσες με πλούσια δομή υποτύπων
- Τέτοιες είναι οι περισσότερες αντικειμενοστρεφείς γλώσσες προγραμματισμού (π.χ. η Java)

Παράδειγμα: Pascal

```
type
  Day = (Mon, Tue, Wed, Thu, Fri, Sat, Sun);
  Weekday = Mon..Fri;
function nextDay(D: Day): Day;
  begin
    if D=Sun then nextDay := Mon else nextDay := D+1
  end;
procedure p(D: Day; W: Weekday);
  begin
    D := nextDay(D);
    D := nextDay(W)
  end;
```

Πολυμορφισμός υποτύπων*: η συνάρτηση* **`nextDay`** *μπορεί να κληθεί με μια παράμετρο υποτύπου*

Παράδειγμα: Java

```
class Car {
  void brake() { … }
}

class ManualCar extends Car
{
  void clutch() { … }
}
void g(Car z) {
  z.brake();
}
void f(Car x, ManualCar y) {
  g(x);
  g(y);
}
```

Υποτύπος της κλάσης **`Car`** *είναι η* **`ManualCar`**

Η συνάρτηση **`g`** *έχει έναν απεριόριστο αριθμό τύπων—ένα για κάθε κλάση που είναι μια υποκλάση της κλάσης* **`Car`**

Λέμε ότι αυτό είναι πολυμορφισμός υποτύπων

Ορισμοί (Ανακεφαλαίωση)

Πολυμορφισμός

- Είδαμε 4 κατηγορίες πολυμορφισμού
- Υπάρχουν και άλλες χρήσεις του πολυμορφισμού
  - Πολυμορφισμός μεταβλητών, κλάσεων, πακέτων, συναρτήσεων
  - Είναι άλλο ένα όνομα για κλήση μεθόδων κατά το χρόνο εκτέλεσης: όταν μια κλήση **`x.f()`** μπορεί να καλέσει διαφορετικές μεθόδους ανάλογα με την κλάση του αντικειμένου **`x`** κατά το χρόνο εκτέλεσης
- Ορισμός που καλύπτει όλες τις χρήσεις:

- Μια συνάρτηση (ή ένας τελεστής) είναι ***πολυμορφική*** εάν έχει τουλάχιστον δύο πιθανούς τύπους
  - Λέμε ότι έχει *περιστασιακό πολυμορφισμό (ad hoc polymorphism)* εάν έχει τουλάχιστον δύο αλλά πεπερασμένο πλήθος πιθανών τύπων
  - Λέμε ότι έχει *καθολικό πολυμορφισμό (universal polymorphism)* εάν έχει άπειρο πλήθος πιθανών τύπων

Υπερφόρτωση

- Περιστασιακός πολυμορφισμός (ad hoc polymorphism)
- Κάθε διαφορετικός τύπος πρέπει να έχει το δικό του ορισμό
- Αλλά οι ορισμοί αυτοί είναι πεπερασμένοι σε ένα πεπερασμένο πρόγραμμα

Αυτόματη μετατροπή τύπων παραμέτρων

- Περιστασιακός πολυμορφισμός (ad hoc polymorphism)
- Όσο υπάρχουν πεπερασμένοι διαφορετικοί τύποι, υπάρχουν πεπερασμένοι το πλήθος διαφορετικοί τρόποι που μπορεί να γίνει η αυτόματη μετατροπή τύπων των παραμέτρων

Παραμετρικός πολυμορφισμός

- Καθολικός πολυμορφισμός
- Τουλάχιστον όσο το πλήθος των πιθανών τιμών των μεταβλητών τύπων είναι άπειρο

Πολυμορφισμός υποτύπων

- Καθολικός πολυμορφισμός
- Όσο δεν υπάρχει κάποιο όριο στο πλήθος των διαφορετικών υποτύπων που μπορεί να δηλωθούν για κάποιο συγκεκριμένο τύπο
- Συνηθισμένος σε αντικειμενοστρεφείς γλώσσες προγραμματισμού, όπως η Java

Συμπερασματικά

- Συμπερασμός τύπων
  - Προσπαθεί να εξάγει τον καλύτερο τύπο για κάθε έκφραση, με βάση πληροφορία για (κάποια από) τα σύμβολα της έκφρασης
- Πολυμορφισμός
  - Όταν κάποια συνάρτηση ή αλγόριθμος μπορεί να δουλέψει σε πολλούς τύπους δεδομένων
- Υπερφόρτωση (overloading)
  - Όταν σύμβολα έχουν πολλαπλές χρήσεις οι οποίες επιλύονται στο χρόνο μεταγλώττισης (compile time)

Add 4-5 slides from Edwards “types.pdf” (Polymorphism)

Πολυμορφισμός έναντι Υπερφόρτωσης

- Παραμετρικός πολυμορφισμός
  - Single αλγόριθμοι may be given many τύποι
  - Type variable may be replaced by *any* type
  - f : t→t => f : int→int, f : bool→bool, ...
- Υπερφόρτωση
  - A single symbol may refer to more than one αλγόριθμοι
  - Each αλγόριθμοι may have different type
  - Η επιλογή του αλγορίθμου determined by type context
  - Οι τύποι κάποιου συμβόλου μπορεί να είναι αρκετά διαφορετικοί
  - Π.χ. στην ML ο τελεστής + έχει μόνο τους δύο παρακάτω τύπους:

```
int * int → int
real * real → real
```


Παραμετρικός Πολυμορφισμός: ML vs. C++

- Πολυμορφική συνάρτηση στην ML
  - Η δήλωση δεν έχει πληροφορία για τους τύπους
  - Συμπερασμός τύπων: type expression with variables
  - Συμπερασμός τύπων: substitute for variables as needed
- Templates στη C++
  - Declaration gives type of function arg, result
  - Place inside template to define type variables
  - Function application: type checker does instantiation

Παράδειγμα: ανταλλαγή δύο τιμών

- ML

```
- fun swap(x,y) =
=   let val z = !x in x := !y; y := z end;
val swap = fn : 'a ref * 'a ref -> unit
```

- C++

```
template <typename T>
void swap(T& x, T& y){
  T tmp = x; x = y; y = tmp;
}
```

- Οι δηλώσεις δείχνουν παρόμοιες, αλλά όμως μεταφράζονται με πολύ διαφορετικούς τρόπους

Υλοποίηση

- ML
  - Swap is compiled into one function
  - Type checker determines how function can be used
- C++
  - Swap is compiled into linkable format
  - Linker duplicates code for each type of use
- Γιατί αυτή η διαφορά;
  - ML ref cell is passed by pointer, local x is pointer to value on heap
  - C++ arguments passed by reference (pointer), but local x is on stack, size depends on type

Ακόμα ένα παράδειγμα

- Πολυμορφική συνάρτηση ταξινόμησης στη C++

```
<typename T>
 void sort(int count, T * A[count]) {
   for (int i=0; i < count-1; i++)
        for (int j=i+1; j < count-1; j++)
        if (A[j] < A[i]) swap(A[i],A[j]);
 }
```

- Ποια μέρη της υλοποίησης εξαρτώνται από τον τύπο;
  - Η δεικτοδότηση (indexing) του πίνακα
  - Η ερμηνεία και η υλοποίηση του τελεστή <

Υπερφόρτωση στην ML

- Κάποιοι από τους προκαθορισμένους τελεστές είναι υπερφορτωμένοι
- User-defined functions must have unique type

```
- fun plus (x,y) = x + y;
```

  This is compiled to `int` or `real` function, not both

- Why is a unique type needed?
  - Need to compile code ⇒ need to know which +
  - Efficiency of type inference
  - Aside: General overloading is NP-complete

    Έστω δύο τύποι, `true` και `false`

    Υπερφορτωμένες συναρτήσεις

```
and : {true * true -> true,
       false * true -> false, …}
```