



## Γλώσσες Προγραμματισμού II

Οι ασκήσεις πρέπει να παραδοθούν στους διδάσκοντες σε ηλεκτρονική μορφή μέσω του συνεργατικού συστήματος ηλεκτρονικής μάθησης [moodle.softlab.ntua.gr](http://moodle.softlab.ntua.gr). Η προθεσμία παράδοσης θα τηρείται αυστηρά. Έχετε δικαίωμα να καθυστερήσετε το πολύ μία άσκηση.

### Άσκηση 2 Αξιοματική σημασιολογία

Προθεσμία παράδοσης: 16/2/2014

Σε κάποιους φοιτητές ζητήθηκε να λύσουν το ακόλουθο αλγοριθμικό πρόβλημα:

Έστω  $X$  ένας μονοδιάστατος πίνακας που περιέχει  $N$  ακέραιους αριθμούς ( $1 \leq N \leq 1.000.000$ ) με τιμές μεταξύ 0 και 1.000.000. Ονομάζουμε *διαχωριστή* ένα στοιχείο του πίνακα τέτοιο ώστε όλα τα προηγούμενά του (αν υπάρχουν) να είναι μικρότερα αυτού και όλα τα επόμενά του (αν υπάρχουν) να είναι μεγαλύτερα αυτού. Να γράψετε μία συνάρτηση η οποία να βρίσκει αν υπάρχει διαχωριστής σε δεδομένο πίνακα.

Παράδειγμα 1: ( $N = 10$ )

$X = [3, 2, 4, 1, 5, 7, 8, 9, 10, 8]$     `separate(X) = true`    *το 5 και το 7 είναι διαχωριστές*

Παράδειγμα 2: ( $N = 10$ )

$X = [4, 9, 8, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$     `separate(A) = false`    *δεν υπάρχει διαχωριστής*

Ένας φοιτητής έδωσε την εξής λύση, χρησιμοποιώντας έναν άπληστο (greedy) αλγόριθμο:

```
1 bool separate (int n, int x[])
2 {
3     int maximum = 0, candidate = 0;
4     for (int i = 1; i < n; i++)
5         if (x[i] > x[maximum]) {
6             maximum = i;
7             if (candidate == -1)
8                 candidate = i;
9         }
10        else if (candidate != -1 && x[i] <= x[candidate])
11            candidate = -1;
12    return candidate != -1;
13 }
```

Αποδείξτε τη μερική ορθότητα της παραπάνω λύσης χρησιμοποιώντας αξιωματική σημασιολογία. Συγκεκριμένα, αποδείξτε ότι το αποτέλεσμα της συνάρτησης είναι true αν και μόνο αν υπάρχει διαχωριστής. Είναι πιθανό να χρειαστείτε δύο λήμματα:

1. Αν το στοιχείο  $x[c]$  διαχωρίζει τα πρώτα  $i$  στοιχεία του πίνακα και το στοιχείο  $x[i]$  είναι μεγαλύτερο από όλα τα προηγούμενά του, τότε το  $x[c]$  διαχωρίζει τα πρώτα  $i + 1$  στοιχεία.
2. Αν ένα στοιχείο δε διαχωρίζει τα πρώτα  $i$  στοιχεία του πίνακα, τότε δε διαχωρίζει ούτε τα πρώτα  $i + 1$  στοιχεία.

Μπορείτε να λύσετε αυτή την άσκηση με δύο (εναλλακτικούς) τρόπους:

1. Να γράψετε το σώμα των συναρτήσεων στην απλή προστακτική γλώσσα των διαφανειών. Υποθέστε ότι η γλώσσα υποστηρίζει όλες τις αριθμητικές πράξεις και πίνακες. Υποθέστε επίσης ότι όλες οι πράξεις υπολογίζουν πάντα το ιδεατό αποτέλεσμα, χωρίς το ενδεχόμενο υπερχείλισης ή αριθμητικού σφάλματος.
2. Να χρησιμοποιήσετε το εργαλείο επαλήθευσης προγραμμάτων Frama-C, που είναι διαθέσιμο από την ιστοσελίδα <http://frama-c.com/>. Αν το επιχειρήσετε, θα χρειαστεί να εγκαταστήσετε και κάποιο εργαλείο αυτόματης απόδειξης θεωρημάτων, όπως το Alt-Ergo, ή κάποιο σύστημα υποστήριξης αποδείξεων, όπως το Coq. Υπάρχουν σύνδεσμοι προς τέτοια εργαλεία από την ιστοσελίδα του Frama-C.