

Γλώσσες Προγραμματισμού II

<http://courses.softlab.ntua.gr/pl2/>

Κωστής Σαγώνας Νίκος Παπασπύρου
kostis@cs.ntua.gr nickie@softlab.ntua.gr



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχ. και Μηχ. Υπολογιστών
Εργαστήριο Τεχνολογίας Λογισμικού
Πολυτεχνειούπολη, 15780 Ζωγράφου.

Αξιωματική σημασιολογία (i)

- Τεχνική ή λογική των Floyd και Hoare
- Απόδειξη ορθότητας προγραμμάτων
- Απλή **προστακτική** γλώσσα

```
C ::= skip
    | i := E
    | C0; C1
    | while B do C
    | if B then C0 else C1
```

Αξιωματική σημασιολογία (ii)

- Τριάδα Hoare (Hoare triple) ή **προδιαγραφές** $\{P\}C\{Q\}$
 - C πρόγραμμα
 - P και Q λογικές εκφράσεις (προσυνθήκη – μετασυνθήκη)
 - στις P και Q μπορούν να εμφανίζονται οι μεταβλητές του C

Αξιωματική σημασιολογία (iii)

- $\{P\}C\{Q\}$ αληθής \Leftrightarrow αν το C εκτελείται σε μια αρχική κατάσταση που ικανοποιεί την P και η εκτέλεσή του τερματίζει, τότε στην τελική κατάσταση ικανοποιείται η Q
- Παραδείγματα
$$\{X=1\}X:=X+1\{X=2\}$$
$$\{X=x \wedge Y=y\}R:=X; X:=Y; Y:=R\{X=y \wedge Y=x\}$$
- **Μερική ορθότητα** (partial correctness): ο **τερματισμός** του προγράμματος δεν εξασφαλίζεται από τις προδιαγραφές

Αξιωματική σημασιολογία (iv)

- Παραδείγματα (συνέχεια)
 - Αληθής προσυνθήκη
$$\{true\}C\{Q\}$$
αληθής \Leftrightarrow αν το πρόγραμμα C τερματίζει, τότε ικανοποιείται η Q
 - Αληθής μετασυνθήκη
$$\{P\}C\{true\}$$
αληθής πάντοτε

Αξιωματική σημασιολογία (v)

- Παραδείγματα (συνέχεια)
 - Ψευδής προσυνθήκη
$$\{false\}C\{Q\}$$
αληθής πάντοτε
 - Ψευδής μετασυνθήκη
$$\{P\}C\{false\}$$
αληθής \Leftrightarrow αν η αρχική κατάσταση ικανοποιεί την P, τότε το πρόγραμμα C δεν τερματίζει

Αξιοματική σημασιολογία (vi)

- Αξίωμα του skip

$$\{P\}\text{skip}\{P\}$$

- Αξίωμα της ανάθεσης

$$\{P[E/V]\}V:=E\{P\}$$

- Παραδείγματα

$$\begin{aligned} \{42=42\}X:=42\{X=42\} \\ \{X+1=n+1\}X:=X+1\{X=n+1\} \end{aligned}$$

Αξιοματική σημασιολογία (vii)

- Κανόνας ενδυνάμωσης της προσυνθήκης

$$\frac{P \Rightarrow R \quad \{R\}C\{Q\}}{\{P\}C\{Q\}}$$

- Παράδειγμα

$$\frac{X=n \Rightarrow X+1=n+1 \quad \{X+1=n+1\}X:=X+1\{X=n+1\}}{\{X=n\}X:=X+1\{X=n+1\}}$$

Αξιοματική σημασιολογία (viii)

- Κανόνας αποδυνάμωσης της μετασυνθήκης

$$\frac{\{P\}C\{R\} \quad R \Rightarrow Q}{\{P\}C\{Q\}}$$

- Κανόνες σύζευξης και διάζευξης

$$\frac{\{P_1\}C\{Q_1\} \quad \{P_2\}C\{Q_2\}}{\{P_1 \wedge P_2\}C\{Q_1 \wedge Q_2\}}$$

$$\frac{\{P_1\}C\{Q_1\} \quad \{P_2\}C\{Q_2\}}{\{P_1 \vee P_2\}C\{Q_1 \vee Q_2\}}$$

Αξιοματική σημασιολογία (ix)

- Κανόνας σύνθετων εντολών

$$\frac{\{P\}C_1\{R\} \quad \{R\}C_2\{Q\}}{\{P\}C_1;C_2\{Q\}}$$

- Παράδειγμα

$$\begin{aligned} \{X=x \wedge Y=y\}R:=X\{R=x \wedge Y=y\} \\ \{R=x \wedge Y=y\}X:=Y\{R=x \wedge X=y\} \\ \{R=x \wedge X=y\}Y:=R\{Y=x \wedge X=y\} \end{aligned}$$

$$\{X=x \wedge Y=y\}R:=X;X:=Y\{R=x \wedge X=y\}$$

$$\{X=x \wedge Y=y\}R:=X;X:=Y;Y:=R\{Y=x \wedge X=y\}$$

Αξιοματική σημασιολογία (x)

- Κανόνας του if

$$\frac{\{P \wedge S\}C_1\{Q\} \quad \{P \wedge \neg S\}C_2\{Q\}}{\{P\}\text{if } S \text{ then } C_1 \text{ else } C_2\{Q\}}$$

- Παράδειγμα

$$\{y>1\}\text{if } x>0 \text{ then } y:=y-1 \text{ else } y:=y+1 \{y>0\}$$

Αξιοματική σημασιολογία (xi)

- Κανόνας του while

$$\frac{\{P \wedge S\}C\{P\}}{\{P\}\text{while } S \text{ do } C\{P \wedge \neg S\}}$$

- Η συνθήκη P λέγεται αναλλοίωτη (invariant)
- Παράδειγμα

$$\begin{aligned} \{n \geq 0\}p:=1; i:=2; \\ \text{while } i \leq n \text{ do } (p:=p*i; i:=i+1) \{p=n!\} \end{aligned}$$