

Άσκηση 1

Καταληκτική ημερομηνία και ώρα ηλεκτρονικής υποβολής: 14/5/2009, 12:30

Αριθμοί Kaprekar (0.25 + 0.25 = 0.5 βαθμοί)

Ο Ινδός μαθηματικός D.R. Kaprekar, γνωστός και από την περσινή πρώτη άσκηση με τους *εαυτούς αριθμούς*, έδωσε το όνομά του σε αριθμούς (θετικούς ακέραιους σε κάποια βάση) οι οποίοι έχουν την εξής ιδιότητα: η αναπαράσταση του τετραγώνου τους (σε κάποια βάση) μπορεί να διαχωριστεί σε δύο θετικούς αριθμούς οι οποίοι δίνουν ως άθροισμα τους τον αρχικό αριθμό. Για παράδειγμα, ο αριθμός 297 είναι αριθμός Kaprekar (στη βάση 10) γιατί $297^2 = 88209$ και ο αριθμός 88209 μπορεί να σπάσει σε 88 και 209, και φυσικά $88 + 209 = 297$. Προσέξτε ότι ο δεξί αριθμός μπορεί να αρχίζει από μηδέν αλλά πρέπει να είναι θετικός. Για παράδειγμα, ο αριθμός 999 είναι αριθμός Kaprekar (σε βάση 10) γιατί $999^2 = 998001$, ο αριθμός 998001 μπορεί να σπάσει σε 998 και 001, και $998 + 001 = 999$. Όμως ο αριθμός 100 δεν είναι αριθμός Kaprekar γιατί παρόλο που $100^2 = 10000$ και $100 + 00 = 100$, ο δεξί αριθμός δεν είναι θετικός.



Οι 10 πρώτοι αριθμοί Kaprekar στη βάση του 10 είναι: 1, 9, 45, 55, 99, 297, 703, 999, 2223, 2728. Μπορεί να αποδειχθεί ότι υπάρχουν άπειροι αριθμοί Kaprekar σε κάθε βάση. Αυτό που ζητάει η άσκηση είναι να γραφούν δύο προγράμματα (ένα σε C και ένα σε ML) το καθένα από τα οποία, παίρνοντας ως είσοδο δύο αριθμούς *i* και *j*, να τυπώνει το πλήθος των αριθμών Kaprekar σε βάση 10 μεταξύ (και συμπεριλαμβανομένων) των *i* και *j*.

Παρακάτω, δείχνουμε μερικά παραδείγματα από τη χρήση του προγράμματος σε C και σε ML. (Δώστε στην αρχική σας συνάρτηση στο ML πρόγραμμά σας το παρακάτω όνομα.)

C	ML
> kaprekar 1 100	- kaprekar 1 100;
5	val it = 5 : int
> kaprekar 9000 10000	- kaprekar 9000 10000;
1	val it = 1 : int
> kaprekar 111111111 111111111	- kaprekar 111111111 111111111
1	val it = 1 : int

Μπορείτε να υποθέσετε ότι οι αριθμοί εισόδου είναι θετικοί ακέραιοι, ο πρώτος είναι μικρότερος ή ίσος από το δεύτερο και ο δεύτερος είναι το πολύ 4.000.000.000 (τέσσερα δισεκατομμύρια). Στην ιστοσελίδα του μαθήματος υπάρχει ένας σκελετός του προγράμματος σε C το οποίο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για τη λύση σας.

Πάμε βόλτες (0.25 + 0.25 = 0.5 βαθμοί)

Το ότι είμαι εθισμένος με την τηλεόραση είναι ήδη γνωστό από τις περσινές σειρές ασκήσεων στο ίδιο μάθημα. Για παράδειγμα, η πρώτη άσκηση ήταν εμπνευσμένη από το τηλεπαιχνίδι στο οποίο πρωταγωνιστούσε η αγελάδα Κλάρα και η δεύτερη άσκηση από τη μανία μου με το TV zapping.¹ Τις προάλλες, όπως άλλαζα κανάλια και έβλεπα το ίδιο πρόγραμμα να εμφανίζεται μπροστά μου κάθε λίγο και λιγάκι σκέφτηκα το εξής.

Έστω ένα τηλεοπτικό πρόγραμμα σαν και αυτό με την Κλάρα το οποίο διεξάγεται σε ένα πλατό με $2 \leq N \leq 100$ γραμμές και $2 \leq M \leq 100$ στήλες όπου κάποια από τα τετράγωνα του έχουν εμπόδια (πχ. ντομάτες στο τηλεπαιχνίδι της Κλάρα) τα οποία τα καθιστούν απροσπέλαστα. Έστω ότι η Κλάρα σε κάθε χρονική στιγμή βρίσκεται σε διαφορετικό τετράγωνο του πλατό (σε κάποιο από τα το πολύ 4 γειτονικά από αυτό που βρισκόταν την αμέσως προηγούμενη χρονική στιγμή). Έστω επίσης ότι όπως κάνω zapping από κανάλι σε κανάλι πετυχαίνω την Κλάρα τη χρονική στιγμή T_1 στο τετράγωνο με συντεταγμένες (Γ_1, Σ_1) και τη χρονική στιγμή $T_2 = T_1 + T$, $0 < T \leq 15$ στο τετράγωνο με συντεταγμένες (Γ_2, Σ_2) . Το ζητούμενο είναι με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί η Κλάρα να έχει βρεθεί από το (Γ_1, Σ_1) στο (Γ_2, Σ_2) σε T χρονικές μονάδες με δεδομένο ότι κινείται συνέχεια κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού. Ο χρόνος είναι διακριτός.

Γράψτε ένα πρόγραμμα σε C και ένα σε ML που να παίρνει ως είσοδο τα $N, M, T, \Gamma_1, \Sigma_1, \Gamma_2, \Sigma_2$ και μια λίστα με τις συντεταγμένες των εμποδίων στο πλατό και να τυπώνει ως έξοδο τον αριθμό των διαφορετικών τρόπων με τους οποίους η Κλάρα μπορεί να έχει κινηθεί. Προσέξτε ότι η Κλάρα μπορεί να έχει βρεθεί σε κάποιο τετράγωνο περισσότερες από μία φορά.

Δύο από τα αποτελέσματα του προγράμματος σε ML δείχνουν ως εξής:

```
- voltes 4 5 6 (1,3) (1,5) [(1,4), (2,4)];  
val it = 1 : int  
- voltes 6 6 6 (5,4) (3,2) [(1,2), (2,3), (2,4), (3,1), (4,2), (4,4), (6,3)];  
val it = 10 : int
```

Εξηγούμε το πρώτο από αυτά. Η είσοδός του λέει ότι το πλατό έχει 4 γραμμές και 5 στήλες, ότι σε 6 χρονικές στιγμές η Κλάρα έχει μετακινηθεί από τη θέση (1,3) στη θέση (1,5) και ότι υπάρχουν εμπόδια στις θέσεις με συντεταγμένες (1,4) και (2,4) – βλέπε Πίνακα 1. Η αντίστοιχη έξοδος λέει ότι υπάρχει μία μόνο βόλτα: αυτή γύρω από τα δύο εμπόδια. Ο Πίνακας 2 δείχνει τη δεύτερη είσοδο. Οι δυνατές διαφορετικές βόλτες είναι 10 σε αυτήν την περίπτωση.

	1	2	3	4	5
1				#	
2				#	
3					
4					

Πίνακας 1

	1	2	3	4	5	6
1		#				
2			#	#		
3	#					
4		#		#		
5						
6			#			

Πίνακας 2

Το πρόγραμμά σας σε C θα πρέπει να διαβάζει την είσοδο από το stdin ως εξής: Η πρώτη γραμμή

¹ Για περισσότερες πληροφορίες βλέπε τις ασκήσεις στην ιστοσελίδα της περσινής χρονιάς.

θα περιέχει τα N, M και T, η δεύτερη τις συντεταγμένες της Κλάρα, η τρίτη τον αριθμό K των εμποδίων και οι υπόλοιπες K γραμμές τα ζεύγη των συντεταγμένων των εμποδίων. Δηλαδή στη C η είσοδος για το πρώτο παράδειγμα θα δίνεται ως:

```
4 5 6
1 3 1 5
2
1 4
2 4
```

Η αντίστοιχη έξοδος είναι:

```
1
```

Το πρόγραμμά σας πρέπει να έχει έξοδο 0 όταν δεν υπάρχουν κάποιος δυνατός τρόπος να βρεθεί η Κλάρα από τη μία θέση στην άλλη στο δοθέντα χρόνο κινούμενη ένα τετράγωνο σε κάθε χρονική στιγμή.

Περαιτέρω οδηγίες για την άσκηση

- Μπορείτε να δουλέψετε σε ομάδες το πολύ 2 ατόμων
- Δεν επιτρέπεται να μοιράζεστε ασκήσεις με άλλους συμφοιτητές σας ή να βάλετε τις ασκήσεις σας σε μέρος που άλλοι μπορούν να τις βρουν εύκολα (π.χ. σε κάποια σελίδα στο διαδίκτυο, σε ιστοτόπους συζητήσεων, ...)
- Τα προγράμματα σε C πρέπει να είναι σε ένα αρχείο και να μπορούν να μεταγλωττιστούν με gcc με μια εντολή της μορφής: **gcc -O3 -o file file.c**
- Τα προγράμματα σε ML πρέπει να είναι σε ένα αρχείο και να δουλεύουν σε SML/NJ v110.67 ή πιο πρόσφατη.
- Η αποστολή των προγραμμάτων θα γίνει ηλεκτρονικά μέσω του moodle. Θα υπάρξει σχετική ανακοίνωση για την ακριβή διαδικασία υποβολής. Τα προγράμματά σας πρέπει να διαβάζουν την είσοδο όπως αναφέρεται και δεν πρέπει να έχουν κάποιου άλλου είδους έξοδο διότι δε θα γίνουν δεκτά από το σύστημα στο οποίο θα υποβληθούν.